

۱۴۰۳ نوبت اول

نام درس	دهم	یازدهم	دوازدهم	ترکیبی	آسان	متوسط	سخت
ریاضیات	۵	۱۷	۱۵	۳	۹	۲۱	۱۰
فیزیک	۸	۹	۱۶	۲	۱۶	۱۳	۶
شیمی	۷	۹	۱۱	۳	۸	۱۷	۵

گزینه ۱-۳

درس نامه ۱ اگر مطابق شکل، دو نقطه با عرض یکسان روی سهمی $y = ax^2 + bx + c$ داشته باشیم (مثل A و B)، میانگین

طول این دو نقطه، مساوی طول رأس سهمی $(-\frac{b}{2a})$ است:

$$\frac{x_A + x_B}{2} = -\frac{b}{2a}$$

۲ اگر α و β ریشه‌های سهمی $y = ax^2 + bx + c$ باشند، مجموع ریشه‌ها از رابطه مقابل محاسبه می‌شود:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

۳ اگر دو مورد قبل را با هم ترکیب کنیم، می‌فهمیم که جمع طول نقطه‌های A و B در سهمی بالا مساوی مجموع ریشه‌هایش می‌شود:

$$\frac{x_A + x_B}{2} = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_A + x_B = -\frac{b}{a}$$

به گفته سؤال دو نقطه $(-4, -1)$ و $(3, -4)$ با عرض یکسان، روی سهمی قرار دارند؛ پس طبق درس‌نامه، مجموع صفرهای سهمی با جمع طول این نقاط برابر است:

$$\text{مجموع صفرها} = -1/5 + 3 = 1/5 = \frac{3}{5}$$

گزینه ۴-۴

درس نامه اختلاف ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، به شرطی که $\Delta > 0$ باشد، از رابطه مقابل محاسبه می‌شود:

$$M = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

گام ۱ اختلاف ریشه‌های معادله $x^2 + 2kx + 5 = 0$ را به کمک درس‌نامه به دست می‌آوریم و مساوی $\frac{4}{3}k$ می‌گذاریم:

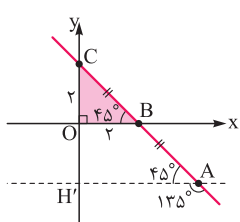
$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{4}{3}k \Rightarrow \frac{\sqrt{(2k)^2 - 4(1)(5)}}{1} = \frac{4}{3}k \xrightarrow{\text{توان } 2} 4k^2 - 20 = \frac{16}{9}k^2$$

$$\xrightarrow{\div 4} k^2 - 5 = \frac{4}{9}k^2 \Rightarrow \frac{5}{9}k^2 = 5 \Rightarrow k^2 = 9$$

گام ۲ بنابراین مقدار $[\frac{k^2}{9}]$ می‌شود $[\frac{9}{9}] = [1] = 1$

گزینه ۱-۵

استراتژی اول با تشخیص نوع مثلث OBC، طول OB را پیدا می‌کنیم. بعد از A به محور xها عمود می‌کنیم تا آن را در نقطه H قطع کند؛ این جوری دو مثلث هم‌نهشت درست می‌شود و می‌توانیم مختصات نقطه H و طول AH را به دست بیاوریم. در آخر از نقطه H، به اندازه AH پایین می‌رویم تا به مختصات نقطه A برسیم.



گام ۱ اول سعی می‌کنیم نوع مثلث OBC را تشخیص بدهیم. با توجه به شکل، $\angle BAH' = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ است. حالا به خطوط موازی OB و AH' و مورب قمرزنگ نگاه کنید. طبق قضیه خطوط موازی و مورب می‌توانیم بگوییم $\angle CBO = \angle BAH' = 45^\circ$ است. حالا که فهمیدیم مثلث قائم‌الزاویه OBC یک زاویه 45° دارد، می‌توانیم بگوییم متساوی الساقین هم هست؛ بنابراین $OB = OC = 2$ می‌شود.

ریاضیات

گزینه ۴-۱

درس نامه ۱ اگر a، b و c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، می‌توانیم رابطه مقابل را برایشان بنویسیم:

$$a + c = 2b \quad \text{یا} \quad \text{وسطی} \times 2 = \text{سومی} + \text{اولی}$$

۲ هر وقت دو جمله متوالی از یک دنباله حسابی را داشته باشیم، می‌توانیم قدرنسبتش را به این صورت محاسبه کنیم:

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1}$$

۳ جمله عمومی یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d به صورت زیر است:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

گام ۱ به گفته سؤال a، $1 + 2a$ و $5 - a$ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی‌اند، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$a + (5 - a) = 2(1 + 2a) \Rightarrow 5 = 2 + 4a$$

$$\Rightarrow 3 = 4a \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

گام ۲ حالا به کمک مورد (۲) درس‌نامه، قدرنسبت را حساب می‌کنیم:

$$d = (1 + 2a) - a = 1 + a \xrightarrow{a = \frac{3}{4}} d = 1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

گام ۳ جمله اول دنباله حسابی، $a = \frac{3}{4}$ و قدرنسبتش $d = \frac{7}{4}$ است، بنابراین جمله عمومی دنباله طبق مورد (۳) درس‌نامه به این صورت می‌شود:

$$a_n = \frac{3}{4} + (n-1)\frac{7}{4}$$

گام ۴ حالا که جمله عمومی دنباله را داریم، می‌توانیم جمله نهمش را حساب کنیم:

$$a_9 = \frac{3}{4} + (9-1)\frac{7}{4} = \frac{3}{4} + \frac{56}{4} = \frac{59}{4} = \frac{60-1}{4} = \frac{60}{4} - \frac{1}{4} = 15 - \frac{1}{4} = 14\frac{3}{4}$$

گزینه ۳-۲

درس نامه جدول ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ (همون $p \Rightarrow q$)

p	q	$p \Rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

به صورت مقابل است:

همان‌طور که در این جدول می‌بینید، ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ فقط وقتی نادرست است که گزاره اول (p) درست ولی گزاره دوم (q) نادرست باشد و در بقیه حالت‌ها درست است.

گام ۱ با توجه به درستی p و نادرستی q، گزاره صورت سؤال به صورت $(T \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow F)$ است. حالا دوتا ارزش برای r را کنترل می‌کنیم.

$$(T \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow F)$$

درست نادرست

گام ۲ اگر r درست باشد، داریم:

گزاره بالا طبق درس‌نامه ارزشش نادرست است؛ پس گزاره‌های T در ۱ و ۲ مردود هستند.

$$(T \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow F)$$

نادرست درست

گام ۳ اگر r نادرست باشد، داریم:

گزاره بالا طبق درس‌نامه درست است، پس $\sim T_F$ در ۴ هم رد می‌شود؛ بنابراین ۳ درست است.

برای درک دلیل درستی این گزینه هم به نتایج گام‌های (۲) و (۳) نگاهی دوباره بیاندازید. همان‌طور که می‌بینید ارزش گزاره داده‌شده، دقیقاً مخالف r، یعنی $\sim r$ است.



گام ۱

حالا رابطه‌های (۱) و (۲) را جداگانه بررسی می‌کنیم:

$$\sqrt{x} + \sqrt{x} = 0 \Rightarrow 2\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \quad (*) \text{ جای گذاری می‌کنیم:}$$

همان‌طور که می‌بینید به ازای $x = 0$ ، $a = 0$ عددی صحیح شد، پس این‌جا یک مقدار صحیح یک‌رقمی برای a پیدا کردیم.

$$x = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 \quad (۲) \text{ طرفین رابطه (۲) را به توان ۲ می‌رسانیم:}$$

طبق رابطه بالا، برای این‌که x عددی صحیح شود، باید « $a+1$ » زوج و در نتیجه a عددی فرد باشد. به دنبال مقادیر صحیح و یک‌رقمی a هستیم، پس a می‌تواند ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ باشد. بنابراین در مجموع، $5+1=6$ عدد صحیح یک‌رقمی a ، خواسته مسئله را برآورده می‌کند.

تله اگر حواسمان به $a = 0$ نمی‌شد، ۵ مقدار برای a به دست می‌آوردیم و در تله می‌افتادیم.

۸- گزینه ۲

درس‌نامه اگر نقطه (a, b) روی نمودار f باشد، نقطه (b, a) روی نمودار f^{-1} خواهد بود و برعکس، یعنی اگر (b, a) روی f^{-1} باشد، می‌توانیم بگوییم (a, b) روی f قرار دارد.

گام ۱ شکل فرضی مقابل را می‌کشیم: همان‌طور که می‌بینید، عرض نقطه تقاطع $y = 1$ است. این نقطه روی خط $10y - x = -10$ قرار دارد؛ پس حق داریم $y = 1$ را در آن جای‌گذاری کنیم تا به طول نقطه تقاطع برسیم:

$$10(1) - x = -10 \Rightarrow -x = -20 \Rightarrow x = 20$$

پس مختصات نقطه تقاطع شد: $(20, 1)$

گام ۲ با توجه به شکل بالا، نقطه $(20, 1)$ روی f^{-1} قرار دارد؛ پس طبق درس‌نامه نقطه $(1, 20)$ روی f قرار می‌گیرد و در نتیجه $f(1) = 20$ می‌شود:

$$f(x) = x^2 + 6x^2 + ax + 1 \xrightarrow{f(1)=20} 1^2 + 6(1)^2 + a(1) + 1 = 20$$

$$\Rightarrow a + 8 = 20 \Rightarrow a = 12$$

۹- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ در دنیای لگاریتم‌ها قوانین مهم زیر برقرارند:

الف) اگر $\log_a b = c$ باشد، می‌توانیم بنویسیم: بنابراین $\log_a a = 1$ است.

ب) جمع و تفریق دو لگاریتم با مبنای یکسان به صورت زیر انجام می‌شود:

$$\log_a b + \log_a c = \log_a bc, \quad \log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

پ) لگاریتم، توانی را که روی عبارت جلوی نشسته باشد، به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند؛ یعنی:

$$\log_a b^m = m \log_a b$$

ت) لگاریتم، معکوس توانی را که روی مبنایش نشسته باشد، به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند؛ یعنی:

$$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$$

$$\log_a b^m = \frac{m}{n} \log_a b$$

ث) دو قانون بالا با هم به صورت مقابل می‌شوند:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

گام ۱ در سمت چپ تساوی $\log_2(x^2+2x+4) + \log_2(x-2) = 3$ جمع دو لگاریتم با مبنای یکسان را داریم، پس طبق مورد (۱-ب) درس‌نامه، می‌توانیم بنویسیم:

$$\log_2(x-2)(x^2+2x+4) = 3$$

گام ۲ اول طبق اتحاد چاق و لاغر به جای $(x-2)(x^2+2x+4)$ در تساوی بالا می‌نویسیم $x^3 - 8$ و بعد از مورد (۱-الف) درس‌نامه استفاده می‌کنیم:

$$\log_2(x^3-8) = 3 \Rightarrow \frac{x^3-8}{2} = x^3-8 \Rightarrow x^3=16=2^4 \xrightarrow{\text{فرجه ۳}} x=2^{\frac{4}{3}}$$

گام ۲

در ادامه مطابق شکل زیر، از نقطه A عمودی بر محور x ها رسم می‌کنیم تا آن را در نقطه H قطع کند. همان‌طور که از شکل پیداست، زاویه‌های CBO و HBA متقابل به رأسند؛ پس $\angle HBA = \angle CBO = 45^\circ$ می‌شود. حالا خوب به مثلث‌های قائم‌الزاویه رنگی نگاه کنید. هر دو، قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین اند و طول وترشان هم مساوی است؛ بنابراین می‌توانیم بگوییم این دو مثلث همنهشت‌اند، در نتیجه:

پس مختصات نقطه H شد: $H(4, 0)$

گام ۳ طبق شکل گام دوم، برای رسیدن به نقطه A باید از H ، واحد به پایین حرکت کنیم. این جوری مختصات نقطه A می‌شود $A(4, -2)$.

نکته فاصله نقطه $A(a, b)$ از مبدأ مختصات برابر می‌شود با: $OA = \sqrt{a^2 + b^2}$

سؤال فاصله نقطه $A(4, -2)$ را از مبدأ مختصات می‌خواهد که طبق نکته بالا برابر است با:

$$OA = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

۶- گزینه ۲

استراتژی اول $f(\sqrt{5})$ را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم تساوی $f(f(\sqrt{5})) = 2$ را به کمک ضابطه f ، بازش کنیم. این طوری که به یک معادله جزء‌صحیح‌دار می‌رسیم. کلید حل این معادله توجه به این نکته است که جمع دو عدد صحیح، عددی صحیح است.

گام ۱ اول $f(\sqrt{5})$ را حساب می‌کنیم:

$$f(x) = x^2 - [x] \Rightarrow f(\sqrt{5}) = (\sqrt{5})^2 - [\sqrt{5}] = 5 - [2.236] = 3$$

بنابراین تساوی $f(f(\sqrt{5})) = 2$ به این صورت درمی‌آید:

$$f(3a) = 2 \quad \text{حالا تساوی بالا را به کمک ضابطه } f, \text{ یعنی } f(x) = x^2 - [x], \text{ بازش می‌کنیم:}$$

$$(3a)^2 - [3a] = 2 \Rightarrow 9a^2 = 2 + [3a] \quad (*)$$

همان‌طور که می‌بینید، $9a^2$ برابر با جمع دو عدد صحیح شد؛ پس خودش هم باید عددی صحیح باشد. با توجه به گزینه‌ها $9a^2$ به ازای $a = \frac{1}{3}$ و $a = -\frac{1}{3}$ عدد صحیح می‌شود، ببینید:

$$\begin{cases} a = \frac{1}{3} \Rightarrow 9a^2 = 9\left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 \\ a = -\frac{1}{3} \Rightarrow 9a^2 = 9\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 1 \end{cases}$$

گام ۲ حالا $a = \frac{1}{3}$ و $a = -\frac{1}{3}$ را در رابطه $(*)$ جای‌گذاری می‌کنیم تا ببینیم کدام‌یک در این رابطه صدق می‌کند:

$$a = \frac{1}{3}: 9\left(\frac{1}{3}\right)^2 = 2 + [3\left(\frac{1}{3}\right)] \Rightarrow 1 = 2 + 1 \quad \times$$

$$a = -\frac{1}{3}: 9\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 2 + [3\left(-\frac{1}{3}\right)] \Rightarrow 1 = 2 - 1 \quad \checkmark$$

پس $a = -\frac{1}{3}$ قابل قبول است.

مشاوره توابع براکتی در کنکورهای جدید نقش پررنگی دارند، به همین خاطر پیشنهاد می‌کنیم حتماً ویژگی‌های آن‌ها را بلد باشید.

۷- گزینه ۳

گام ۱ $\sqrt{x}$ را به سمت راست می‌بریم و طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a \Rightarrow \sqrt{x-a} = a - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x - a = (a - \sqrt{x})^2$$

$$\Rightarrow x - a = a^2 + x - 2a\sqrt{x} \Rightarrow 2a\sqrt{x} - a^2 - a = 0$$

$$\Rightarrow a(2\sqrt{x} - a - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \quad (۱) \\ 2\sqrt{x} - a - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a+1}{2} \quad (۲) \end{cases}$$

۱۲- گزینه ۲

استراتژی اول $\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x$ را به کمک اتحادهای درسنامه، برحسب $\sin(x - \frac{\pi}{4})$ می‌نویسیم تا عبارت داده‌شده ساده‌تر شود. بعد $x = \frac{\pi}{12}$ را در عبارت ساده‌شده جای‌گذاری می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ نسبت‌های مثلثاتی زوایای قرینه، به صورت زیر است:

$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$
$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$

۲ دو اتحاد خاص زیر را بلد باشید:

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}), \quad \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$$

گام ۱ اول سعی می‌کنیم در عبارت داده‌شده به کمک فاکتورگیری، $\sin x - \cos x$ بسازیم:

$$3 \cos 4x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x = 3 \cos 4x + \sqrt{2} (\sin x - \cos x)$$

حالا طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم به جای $\sin x - \cos x$ بنویسیم $\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$:

$$3 \cos 4x + \sqrt{2} (\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})) = 3 \cos 4x + 2 \sin(x - \frac{\pi}{4})$$

گام ۲ در ادامه $x = \frac{\pi}{12}$ را در تساوی بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$3 \cos(\frac{\pi}{3}) + 2 \sin(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{4})$$

به جای $\pi, 180^\circ$ می‌گذاریم تا زاویه‌ها برحسب درجه شوند و راحت‌تر بتوانیم محاسبات را انجام بدهیم:

$$3 \cos 60^\circ + 2 \sin(15^\circ - 45^\circ) = 3 \cos 60^\circ + 2 \sin(-30^\circ)$$

گام ۳ مقدار $\cos 60^\circ$ که می‌شود $\frac{1}{2}$ و مقدار $\sin(-30^\circ)$ هم طبق مورد (۱) درس‌نامه برابر $-\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$ است، بنابراین خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$3 \cos 60^\circ + 2 \sin(-30^\circ) = 3(\frac{1}{2}) + 2(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

۱۳- گزینه ۳

درس‌نامه اتحادهای مثلثاتی زیر را بلد باشید:

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \quad \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \quad \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

گام ۱ به جای $\sin^2 \alpha$ و $\cos^2 \alpha$ به ترتیب می‌نویسیم $1 - \cos^2 \alpha$ و $1 - \sin^2 \alpha$:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \\ &= \frac{\sin^2 \alpha + 4(1 - \sin^2 \alpha)}{1 + (1 - \sin^2 \alpha)} - \frac{\cos^2 \alpha + 4(1 - \cos^2 \alpha)}{1 + (1 - \cos^2 \alpha)} \\ &= \frac{\sin^2 \alpha - 4 \sin^2 \alpha + 4}{2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha - 4 \cos^2 \alpha + 4}{2 - \cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

گام ۲ عبارت $\sin^2 \alpha - 4 \sin^2 \alpha + 4$ همان $(2 - \sin^2 \alpha)$ و عبارت $\cos^2 \alpha - 4 \cos^2 \alpha + 4$ هم همان $(2 - \cos^2 \alpha)$ است، پس:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sin^2 \alpha - 4 \sin^2 \alpha + 4}{2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha - 4 \cos^2 \alpha + 4}{2 - \cos^2 \alpha} \\ &= \frac{(2 - \sin^2 \alpha)}{2 - \sin^2 \alpha} - \frac{(2 - \cos^2 \alpha)}{2 - \cos^2 \alpha} = (1 - \sin^2 \alpha) - (1 - \cos^2 \alpha) \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

که عبارت آخر طبق درس‌نامه مساوی $\cos 2\alpha$ است:

تیزبازی بیا باید به جای α بگذاریم 90° :

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sin^2 90^\circ + 4 \cos^2 90^\circ}{1 + \cos^2 90^\circ} - \frac{\cos^2 90^\circ + 4 \sin^2 90^\circ}{1 + \sin^2 90^\circ} \\ &= \frac{1 + 4 \cdot 0}{1 + 0} - \frac{0 + 4 \cdot 1}{1 + 1} = 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$

گام ۱ حالا که x را داریم، می‌توانیم مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ را به دست بیاوریم:

$$\log_{\sqrt{2}} x = \log_{\sqrt{2}} \frac{2^{\frac{4}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}} \log_{\sqrt{2}} 2 = 4 \log_{\sqrt{2}} 2 = 4$$

۱۰- گزینه ۱

استراتژی اول طول و عرض دو نقطه روی نمودار را در ضابطه‌اش جای‌گذاری می‌کنیم. بعد طرفین تساوی‌های به‌دست‌آمده را از هم کم می‌کنیم تا یکی از پارامترها حذف بشود. در آخر به کمک قوانین لگاریتم‌ها، مقدار $\frac{a}{b}$ را به دست می‌آوریم.

گام ۱ با توجه به شکل مقابل، نقطه‌های $(0, 2)$ و $(\frac{2}{4}, 0)$ روی نمودار تابع $y = c + \log_{\Delta}(ax + b)$ قرار دارند؛ پس حق داریم آن‌ها را در ضابطه تابع جای‌گذاری کنیم:

$$\begin{cases} (2/4, 0): 0 = c + \log_{\Delta}(2/4a + b) \\ (0, 2): 2 = c + \log_{\Delta}(2 \times 0 + b) \Rightarrow 2 = c + \log_{\Delta} b \end{cases}$$

گام ۲ طرفین رابطه‌های بالا را از هم کم می‌کنیم:

$$(c + \log_{\Delta}(2/4a + b)) - (c + \log_{\Delta} b) = 0 - 2$$

$$\Rightarrow \log_{\Delta}(2/4a + b) - \log_{\Delta} b = -2$$

در سمت چپ تساوی بالا، تفریق دو لگاریتم با مبنای یکسان را داریم، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} \log_{\Delta} \frac{2/4a + b}{b} &= -2 \Rightarrow \frac{2/4a + b}{b} = \Delta^{-2} \Rightarrow \frac{2/4a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{1}{\Delta^2} \\ \Rightarrow \frac{2/4a}{b} + 1 &= \frac{1}{\Delta^2} \Rightarrow \frac{2/4a}{b} = \frac{1}{\Delta^2} - 1 = -\frac{2}{\Delta^2} \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{1}{\Delta^2} = -\frac{2}{\Delta} \end{aligned}$$

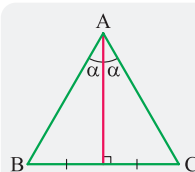
مشاوره در این سؤال تعداد داده‌ها از تعداد مجهول‌ها کم‌تر بود. همان‌طور که دیدید، سه‌تا مجهول ولی دوتا معادله داشتیم؛ بنابراین a, b و c جداگانه قابل محاسبه نبود ولی خواسته سؤال به کمک بازی‌های جبری قابل محاسبه بود. این اتفاقی جدید در کنکور است، به همین خاطر پیشنهاد می‌کنیم از این سؤال‌ها بیشتر حل کنید.

۱۱- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ در هر مثلث متساوی‌الساقین مطابق

شکل روبه‌رو، ارتفاع وارد بر قاعده، نیمساز و میانه هم هست.

$$\tan(18^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$$



گام ۱ مطابق شکل در مثلث متساوی‌الساقین ABC، ارتفاع وارد بر قاعده، یعنی AH را می‌کشیم. طبق مورد (۱) درس‌نامه، این ارتفاع میانه هم هست، پس:

$$\begin{aligned} BH &= HC = \frac{5+1}{2} = 3 \\ HD &= HC - DC = 3 - 1 = 2 \end{aligned}$$

بنابراین طول HD می‌شود:

گام ۲ در ادامه به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه AHC، طول AH را حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} AC^2 &= AH^2 + HC^2 \Rightarrow 4^2 = AH^2 + 3^2 \Rightarrow AH^2 = 16 - 9 = 7 \Rightarrow AH = \sqrt{7} \end{aligned}$$

گام ۳ با توجه به شکل، زاویه ADH برابر $18^\circ - \alpha$ می‌شود. برای این زاویه در مثلث قائم‌الزاویه AHD، تانژانت می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \tan(18^\circ - \alpha) &= \frac{AH}{HD} \Rightarrow \tan(18^\circ - \alpha) = \frac{\sqrt{7}}{2} \\ \text{طبق مورد (۲) درس‌نامه باید به جای } \tan(18^\circ - \alpha) &\text{ بنویسیم } -\tan \alpha: \\ -\tan \alpha &= \frac{\sqrt{7}}{2} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{2} \end{aligned}$$

بنابراین حدمان به این صورت درمی آید: $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^2 - [x^2]} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^2 - 3} = \frac{0}{4-3} = 0$

گام ۳ حالا می توانیم بگویم مجموع حد چپ و راست می شود $\frac{1}{4} + 0 = \frac{1}{4}$

مشاوره حدهای براکتی بارها و بارها در کنکور تکرار شده اند. همان طور که می بینید روند حل این سؤالات کاملاً مشخص است. با یاد گرفتن این روند یک تست کنکور برای خودتان ذخیره کنید.

۱۶- گزینه ۲

درس نامه مجانب افقی و قائم یک تابع هموگرافیک به شکل $y = \frac{Ax+B}{Cx+D}$ از رابطه های مقابل به دست می آیند:

ضریب x در صورت $\frac{A}{C}$ یا ضریب x در مخرج $y = \frac{A}{C}$: مجانب افقی

$-\frac{D}{C}$ یا ریشه مخرج $x = -\frac{D}{C}$: مجانب قائم

گام ۱ اول $f - g$ را می سازیم:

$$f(x) - g(x) = \frac{4}{x^2 + 2x - 3} - \frac{1}{x-1} = \frac{4 - (x+3)}{(x+3)(x-1)} = \frac{1-x}{(x+3)(x-1)}$$

$$= \frac{-(x-1)}{(x+3)(x-1)} = \frac{-1}{x+3}$$

گام ۲ تابع $f(x) - g(x) = \frac{-1}{x+3}$ هموگرافیک است. به کمک درس نامه، مجانب هایش را پیدا می کنیم:

مجانب قائم: $x = -\frac{D}{C} = -3$

مجانب افقی: $y = \frac{A}{C} = \frac{0}{1} = 0$

این مجانب ها همدیگر را در نقطه $(-3, 0)$ قطع می کنند.

۱۷- گزینه ۳

درس نامه ۱ برای این که تابع f در $x = a$ پیوسته باشد، باید حد راست، حد چپ و مقدارش در $x = a$ مساوی هم باشند؛ یعنی:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$$

۲ در معادله درجه دوم $Ax^2 + Bx + C = 0$ ، اگر $A + C = B$ باشد، یکی از ریشه ها «-۱» و دیگری « $-\frac{C}{A}$ » است.

گام ۱ چون دامنه تابع به دو قسمت اعداد صحیح و غیرصحیح تقسیم شده است، پیوستگی تابع را در نقطه صحیحی مثل $x = n$ بررسی می کنیم. برای محاسبه حد راست و چپ f از ضابطه بالایی و برای محاسبه مقدار از ضابطه پایینی استفاده می کنیم:

حد راست:

$$\lim_{x \rightarrow n^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow n^+} ((1-a)[x] + (3a^2-1)[-x])$$

$$= (1-a)[n^+] + (3a^2-1)[-n^-] = (1-a)n + (3a^2-1)(-n-1)$$

حد چپ:

$$\lim_{x \rightarrow n^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow n^-} ((1-a)[x] + (3a^2-1)[-x])$$

$$= (1-a)[n^-] + (3a^2-1)[-n^+] = (1-a)(n-1) + (3a^2-1)(-n)$$

مقدار:

$$f(n) = b \sin\left(\frac{\pi}{a}\right)$$

گام ۲ حالا حد راست، حد چپ و مقدار تابع در $x = n$ را مساوی هم می گذاریم:

$$(1-a)n + (3a^2-1)(-n-1) = (1-a)(n-1) + (3a^2-1)(-n) = b \sin\left(\frac{\pi}{a}\right) \quad (*)$$

از تساوی (I) مقادیر a را به دست می آوریم:

$$(1-a)n + (3a^2-1)(-n-1) = (1-a)(n-1) + (3a^2-1)(-n)$$

$$\Rightarrow (1-a)n - (1-a)(n-1) = (3a^2-1)(-n) - (3a^2-1)(-n-1)$$

$$\Rightarrow (1-a)(n - n + 1) = (3a^2-1)(-n + n + 1)$$

$$\Rightarrow 1-a = 3a^2-1 \Rightarrow \frac{3a^2}{A} + \frac{1a}{B} - \frac{2}{C} = 0 \xrightarrow{A+C=B} \begin{cases} a = -1 \\ a = -\frac{C}{A} = -\frac{-2}{3} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

با توجه به این که $\sin 90^\circ = 1$ و $\cos 90^\circ = 0$ است، مقدار A برابر می شود با:

$$A = \frac{1^4 + 4(0)^2}{1+0^2} - \frac{0^4 + 4(1)^2}{1+1^2} = 1 - \frac{4}{2} = 1 - 2 = -1$$

تنها گزینه ای که به ازای $\alpha = 90^\circ$ برابر -1 می شود، $\cos 2\alpha$ در $\odot$ است، ببینید:

$$\cos 2\alpha = \cos 180^\circ = -1$$

پس همین گزینه جواب است.

۱۴- گزینه ۴

درس نامه ۱ هر وقت در جریان حل یک معادله مثلثاتی، سینوس یا کسینوس مساوی صفر شد، از جدول زیر استفاده کنید:

معادله	نمایش جواب روی دایره مثلثاتی	جواب
$\sin(x) = 0$		$x = k\pi$
$\cos(x) = 0$		$x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ یا $x = (k + \frac{1}{2})\pi$

۲ به جای معادله $\sin(x) = \pm 1$ می توانید معادله $\cos(x) = 0$ را حل کنید.

۳ برای $\cos 2x$ اتحادهای زیر را بلد باشید:

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1, \quad \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

گام ۱ طبق مورد (۳) درس نامه به جای $\cos 2x$ می نویسیم $1 - 2\sin^2 x$:

$$\cos 2x + \sin^2 x = 0 \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin^2 x = 1$$

$$\sin x = \pm 1$$

گام ۲ طبق مورد (۲) درس نامه می توانیم به جای معادله $\sin x = \pm 1$ ، معادله $\cos x = 0$ را حل کنیم، برای این کار از مورد (۱) درس نامه کمک می گیریم:

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = (k + \frac{1}{2})\pi$$

$$\frac{x \in [-2\pi, \pi]}{k = -3, -2, -1, 0} \rightarrow x = -2/\pi, -1/\pi, 0/\pi, 1/\pi$$

گام ۳ بنابراین مجموع جواب های معادله در بازه $[-3\pi, \pi]$ برابر می شود با:

$$\text{مجموع جواب ها} = -2/\pi - 1/\pi - 0/\pi + 1/\pi = -4/\pi$$

۱۵- گزینه ۱

استراتژی اول مقدار براکت را در همسایگی راست و چپ $x = 2$ حساب می کنیم تا بتوانیم این مقادیر را به جای براکت جای گذاری کنیم، بعد مقدار حد را به دست می آوریم.

گام ۱ اول حد راست را حساب می کنیم. چون براکت داریم باید تکلیف آن را مشخص کنیم. $x \rightarrow 2^+$ ، یعنی x کمی بیشتر از ۲ است؛ بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} [x^2] = [4^+] = 4$$

پس به جای $[x^2]$ در $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2 - [x^2]}$ می توانیم عدد ۴ را بنویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2 - [x^2]} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2 - 4}$$

با جای گذاری $x = 2$ در عبارت جلوی حد به $\frac{0}{0}$ می رسیم؛ پس هوییتال می زنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2 - 4} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{2x} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

گام ۲ حالا به سراغ حد چپ می رویم. باز هم اول براکت را حذف می کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} [x^2] = [1/9^+] = [3/...] = 3$$

یعنی x کمی کمتر از ۲ مثلاً $1/9$ است؛ پس:

گام ۱ طبق رابطه (*) برای محاسبه خواسته سوال، $(\frac{f}{g})'(1)$ را لازم داریم، اول با توجه به این که $f(x) = \sqrt{x+8} - \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+8} + \sqrt{x}}$ است، $\frac{f}{g}$ را می‌سازیم:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{x}}{\frac{1}{\sqrt{x+8} + \sqrt{x}}} = \underbrace{(\sqrt{x+8} - \sqrt{x})(\sqrt{x+8} + \sqrt{x})}_{\text{اتحاد مزدوج}} = (\sqrt{x+8})^2 - (\sqrt{x})^2 = (x+8) - x = 8$$

گام ۲ همان طور که می‌بینید، $\frac{f}{g}$ تابعی ثابت شد؛ پس طبق درس‌نامه ۰ $(\frac{f}{g})'(1) = 0$ می‌شود. با جای گذاری این مقدار در رابطه (*) می‌فهمیم $0 = f'(1)g(1) - g'(1)f(1)$ است.

۱۹- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ فرض کنید تابع f در کل دامنه‌اش پیوسته باشد، در این صورت جاهایی که $f' \leq 0$ است، تابع f نزولی است.

۲ در مورد تابع هموگرافیک $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، دو مورد زیر را بلد باشید:

(الف) مشتقش به صورت مقابل محاسبه می‌شود:

$$y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$$

(ب) این تابع در بازه‌هایی صعودی یا نزولی است که شامل ریشهٔ مخرجش $(x = -\frac{d}{c})$ نباشد.

گام ۱ اول مشتق تابع $y = \frac{mx+2}{x-1+m}$ را به کمک مورد (۲ - الف) درس‌نامه به دست می‌آوریم:

$$y' = \frac{m(-1+m) - (2)(1)}{(x-1+m)^2} = \frac{m^2 - m - 2}{(x-1+m)^2}$$

گام ۲ طبق مورد (۱) درس‌نامه برای نزولی بودن y ، باید $y' \leq 0$ باشد، مخرج y' همیشه نامنفی است؛ پس برای این که $y' \leq 0$ بشود، باید صورتش کوچک‌تر مساوی صفر باشد:

$$m^2 - m - 2 \leq 0 \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} -1 \leq m \leq 2 \quad (I)$$

اما باید حواسمان باشد که $y = \frac{mx+2}{x-1+m}$ در ریشهٔ مخرجش، یعنی $x = 1-m$ پیوسته نیست و طبق مورد (۲ - ب) درس‌نامه، بازهٔ $(1, +\infty)$ نباید شامل $x = 1-m$ باشد؛ پس:

$$1-m \leq 1 \Rightarrow -m \leq 0 \Rightarrow m \geq 0 \quad (II)$$

گام ۳ حالا از (I) و (II) اشتراک می‌گیریم:

$$\Rightarrow (I) \cap (II): 0 \leq m \leq 2$$

بازهٔ $0 \leq m \leq 2$ شامل سه عدد صحیح ۰، ۱، ۲ است؛ اما به گفتهٔ سوال $m \neq 2$ است، پس دو مقدار صحیح ۰ و ۱ برای m وجود دارد.

۲۰- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ برای این که تابع چندضابطه‌ای $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \geq \alpha \\ h(x) & x < \alpha \end{cases}$ در $x = \alpha$ مشتق پذیر باشد، باید دو شرط زیر را داشته باشد:

(الف) حد چپ و راست و مقدار f در $x = \alpha$ برابر باشند:

$$\lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \alpha^-} f(x) = f(\alpha)$$

(ب) مشتق چپ و راست f در $x = \alpha$ برابر باشد:

$$f'_+(\alpha) = f'_-(\alpha)$$

گام ۱ طبق درس‌نامه، اولین شرط مشتق پذیری، برابری حد چپ، حد راست و مقدار تابع در $x = a$ است. در تابع $f(x) = \begin{cases} bx+c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$ حد راست و مقدار تابع، هر دو از

ضابطهٔ پایینی محاسبه می‌شوند؛ پس فقط حد چپ و راست را مساوی هم می‌گذاریم:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \rightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} (bx+c) = \lim_{x \rightarrow a^+} \left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow ba+c = \frac{1}{a}$$

$$\xrightarrow{\frac{xa}{a \neq 0}} ba^2+ac=1 \quad (*)$$

گام ۲ حالا باید هر دو مقدار a را بررسی کنیم:

♦ $a = -1$: این مقدار را در تساوی (II) جای گذاری می‌کنیم:

$$(1-(-1))(n-1) + (2(-1)^2-1)(-n) = b \sin(-\pi)$$

$$\Rightarrow 2n-2-2n=0 \Rightarrow -2=0 \quad \times$$

پس $a = -1$ قابل قبول نیست.

♦ $a = \frac{2}{3}$: باز هم این مقدار را در تساوی (II) جای گذاری می‌کنیم:

$$(1-(\frac{2}{3}))(n-1) + (2(\frac{2}{3})^2-1)(-n) = b \sin(\frac{\pi}{3})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}n - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}n = b \sin(\frac{\pi}{3})$$

همان $\sin(\frac{\pi}{3}) = \sin(270^\circ) = -1$ پس:

$$-\frac{1}{3} = b(-1) \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

حالا که a و b را داریم می‌توانیم بگوییم $\frac{a}{b}$ می‌شود:

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$$

تیزبازی چون تابع f قرار است روی مجموعهٔ اعداد حقیقی پیوسته باشد، پس باید در نقطه‌ای مثل $x = 0$ هم پیوسته باشد، پیوستگی را در همین نقطه بررسی می‌کنیم:

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow 0^+} ((1-a)[x] + (3a^2-1)[-x])$$

$$= (1-a)[0^+] + (3a^2-1)[0^-] = -(3a^2-1)$$

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow 0^-} ((1-a)[x] + (3a^2-1)[-x])$$

$$= (1-a)[0^-] + (3a^2-1)[0^+] = -(1-a)$$

$$\text{مقدار: } f(0) = b \sin(\frac{\pi}{a})$$

حالا حد راست، حد چپ و مقدار را مساوی هم می‌گذاریم:

$$-(3a^2-1) = -(1-a) = b \sin(\frac{\pi}{a})$$

این جا هم از تساوی (I) به دو مقدار -1 و $\frac{2}{3}$ برای a می‌رسیم و ادامهٔ راه حل مثل قبل است.

۱۸- گزینه ۱

استراتژی کلید حل سوال نوشتن عبارت $f'(1)g(1) - g'(1)f(1)$ برحسب $(\frac{f}{g})'(1)$ است.

درس‌نامه مشتق بعضی از توابع را در جدول زیر ببینید:

تابع	مشتق
عدد ثابت	صفر
$\frac{f}{g}$	$\frac{f'g - g'f}{g^2}$

گام ۱ طبق درس‌نامه برای $(\frac{f}{g})'(1)$ می‌توانیم رابطهٔ زیر را بنویسیم:

$$(\frac{f}{g})'(1) = \frac{f'(1)g(1) - g'(1)f(1)}{g^2(1)} \Rightarrow \underbrace{f'(1)g(1) - g'(1)f(1)}_{\text{خواسته سوال}} = g^2(1) \times (\frac{f}{g})'(1) \quad (*)$$

مثلاً در جدول قبل، حالاتی را مشخص کردیم که حاصل ضرب اعداد رو شده، مضرب ۳ باشد؛ پس احتمال این که دو تاس پرتاب کنیم و حاصل ضرب اعداد رو شده مضرب ۳ شود، برابر $P = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$ است.

طبق درس نامه، جدول زیر را می کشیم. اول خانه هایی را که حداقل یک عدد اول دارند، سبزرنگ می کنیم. از خانه های رنگی، آن هایی را که مجموع دو تاس ۶ یا بیشتر باشد با ضربدر مشخص می کنیم تا تعداد خانه های مطلوبمان مشخص شود.

همان طور که می بینید ۲۰ خانه از ۳۶ خانه علامت دار شدند؛ پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

تاس اول

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱						
۲						
۳						
۴						
۵						
۶						

۲۴- گزینه ۱

درس نامه میانگین و واریانس n داده $X_1, X_2, \dots, X_n$ از رابطه های زیر محاسبه می شوند:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{n}$$

میانگین دو دسته در ابتدا مساوی و برابر $\bar{X}$ است. می دانیم با جابه جایی یک داده بین دو دسته، باز هم میانگین ها مساوی شده اند؛ پس داده های جابه جاشده بین دو دسته، یکسان بوده اند. (وگرنه میانگین تغییر می کرد).

حالا که فهمیدیم داده یکسانی مثل a بین دو دسته جابه جاشده است، می توانیم بگوییم در واقع دو گروه (a, b, c, d) و (a, e, f, g, h) را داشته ایم که با تغییر جای a و a عملاً هیچ تغییری نکرده اند.

پس واریانس دسته ها با قبل هیچ فرقی ندارد و واریانس دسته اول، مثل قبل، همان $1/25$ است.

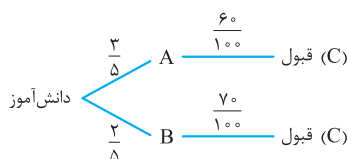
۲۵- گزینه ۱

درس نامه قانون بیز: در فرم شرطی احتمال کل، اول احتمال کل را به کمک نمودار درختی حساب کنید، بعد شاخه مطلوب را به احتمال کل تقسیم کنید.

با توجه به این که تعداد دانش آموزان مدرسه A ، $\frac{3}{4}$ تعداد دانش آموزان مدرسه B است، داریم:

$$P(A) = \frac{3}{5}, \quad P(B) = \frac{2}{5}$$

برای درصدهای قبولی، نمودار درختی را رسم می کنیم:



حالا طبق قانون بیز، شاخه مطلوب یعنی شاخه بالا را به احتمال کل تقسیم می کنیم:

$$P(A|C) = \frac{\frac{3}{5} \times \frac{60}{100}}{\frac{3}{5} \times \frac{60}{100} + \frac{2}{5} \times \frac{70}{100}} = \frac{18}{18 + 14} = \frac{9}{16}$$

به سراغ دومین شرط مشتق پذیری می رویم. اول ضابطه f' را به دست می آوریم، مشتق ضابطه پایینی را به کمک رابطه $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ به دست می آوریم:

$$f(x) = \begin{cases} bx + c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} b & x < a \\ -\frac{1}{x^2} & x \geq a \end{cases}$$

حالا مشتق چپ و راست f در $x = a$ را با هم برابر قرار می دهیم:

$$f'_-(a) = f'_+(a) \Rightarrow b = -\frac{1}{a^2} \Rightarrow a^2 b = -1$$

در آخر مقدار $a^2 b$ را در رابطه (*) جای گذاری می کنیم تا مقدار ac معلوم شود:

$$-1 + ac = 1 \Rightarrow ac = 2$$

۲۱- گزینه ۳

شفاف سازی «خط مماس بر منحنی $y = x^3 + ax^2 + bx - 1$ در نقطه $(-1, -4)$ از منحنی عبور می کند»، یعنی $(-1, -4)$ نقطه عطف منحنی است.

درس نامه ۱ طول نقطه عطف تابع درجه سوم $y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ ، از

$$\text{رابطه مقابل محاسبه می شود:} \quad \text{طول نقطه عطف} = -\frac{B}{3A}$$

نقطه عطف تابع، در ضابطه اش صدق می کند.

با توجه به «شفاف سازی» $(-1, -4)$ نقطه عطف تابع درجه سوم $y = x^3 + ax^2 + bx - 1$ است، پس طبق مورد (۱) درس نامه می توانیم بنویسیم:

$$-\frac{B}{3A} = -\frac{a}{3} \Rightarrow -1 = -\frac{a}{3} \Rightarrow a = 3$$

بنابراین ضابطه تابع به این صورت می شود:

طبق مورد (۲) درس نامه، نقطه عطف یعنی $(-1, -4)$ در ضابطه تابع صدق می کند؛ پس:

$$-4 = (-1)^3 + 3(-1)^2 + b(-1) - 1 \Rightarrow -4 = -1 + 3 - b - 1 \Rightarrow -4 = -b + 1 \Rightarrow b = 5$$

بنابراین $\frac{a}{b} = \frac{3}{5} = 0.6$ می شود.

۲۲- گزینه ۱

درس نامه تعداد جایگشت های n تایی از n شیء برابر است با:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} = \underbrace{n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots}_{r \text{ تا}}$$

ستون می تواند یک یا دو یا سه تایی باشد.

ستون یک تایی ۳ حالت، ستون دو تایی $3 \times 2 = 6$ حالت و ستون ۳ تایی $3 \times 2 \times 1 = 6$ حالت برای انتخاب رنگ دارد.

بنابراین طبق اصل جمع، تعداد کل ستون ها می شود $3 + 6 + 6 = 15$. البته کلید سازمان سنجش ۷ است که به نظر درست نیست.

۲۳- گزینه ۲

شفاف سازی منظور سؤال از «عدد ظاهر شده یکی از تاس ها اول بوده» این است که عدد ظاهر شده حداقل یکی از تاس ها عددی اول باشد.

درس نامه در پرتاب دو تاس، برای به دست آوردن احتمال رخ دادن هر پیشامدی، اول جدولی به شکل زیر رسم کنید و داخل خانه های مطلوب ضربدر بزنید تا تعداد حالات مطلوب به دست آید؛ بعد حاصل را بر تعداد کل حالات تقسیم کنید.

تاس اول

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱						
۲						
۳						
۴						
۵						
۶						

تعداد کل حالات های پرتاب دو تاس $6 \times 6 = 36$ تا است.

طبق رابطه (*) می‌توانیم به جای y^2 در تساوی قبل بنویسیم $10x + 100$:

$$10x + 100 = 121 + x^2 \Rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 7 \end{cases}$$

که $x = 7$ در گزینه‌ها وجود دارد.

مشاوره این سؤال، سؤال ساده‌ای نیست، اما مشابه آن را هم در کنکور ریاضی ۱۴۰۲ و هم در آزمون دوم شبیه‌ساز چندکنکور داشتیم.

پس حواستون باشد که حتماً باید سؤال‌های کنکورهای قبل را تمرین کنید؛ در کنارش آزمون‌های شبیه‌ساز خیلی‌سبز را هم ببینید.

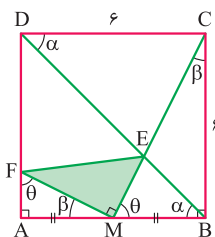
۲۸- گزینه ۳

استراتژی از تشابه دو مثلث ECD و EMB و همین‌طور تشابه دو مثلث BCM و AMF استفاده می‌کنیم تا طول ME و MF را به دست بیاوریم.

درس‌نامه اگر دو زاویه از مثلث با دو زاویه از مثلث دیگری برابر باشند، آن دو مثلث متشابه‌اند؛ بنابراین:

(الف) اگر دو مثلث قائم‌الزاویه، یک زاویه حاده برابر داشته باشند، متشابه‌اند.

(ب) در شکل روبه‌رو که AB با DE موازی است، دو مثلث ABC و DEC متشابه‌اند.



گام ۱ (محاسبه طول CM): نقطه M وسط $AB = 6$ است؛ پس $BM = AM = 3$ می‌شود. همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه BCM، طول MC را حساب می‌کنیم:

$$CM^2 = BM^2 + BC^2 \Rightarrow CM^2 = 3^2 + 6^2 \Rightarrow CM^2 = 45 \Rightarrow CM = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

گام ۲ (محاسبه طول ME): در مربع ABCD، MB و DC موازی‌اند، پس طبق مورد (ب) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم دو مثلث EMB و ECD متشابه‌اند، نسبت تشابه‌شان را می‌نویسیم:

$$\frac{CE}{ME} = \frac{CD}{BM} \Rightarrow \frac{CE}{ME} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow CE = 2ME \quad (*)$$

از طرفی در گام قبل دیدیم که طول CM شد $3\sqrt{5}$ ، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$CM = 3\sqrt{5} \Rightarrow CE + ME = 3\sqrt{5} \xrightarrow{(*)} 2ME + ME = 3\sqrt{5} \Rightarrow ME = \sqrt{5}$$

گام ۳ (محاسبه طول MF): از این‌که $\angle BCE = \angle AMF = \beta$ است نتیجه می‌گیریم دو مثلث قائم‌الزاویه BCM و AMF یک زاویه حاده برابر دارند؛ پس طبق مورد (الف) درس‌نامه، با هم متشابه‌اند. نسبت تشابه این دو مثلث را هم می‌نویسیم:

$$\frac{MF}{CM} = \frac{AM}{BC} \Rightarrow \frac{MF}{3\sqrt{5}} = \frac{3}{6} \Rightarrow MF = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

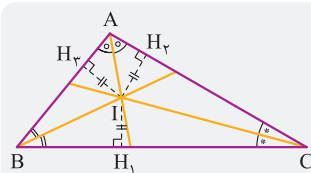
گام ۴ (محاسبه خواسته سؤال): حالا که طول دو ضلع ME و MF را داریم، می‌توانیم مساحت مثلث قائم‌الزاویه MEF را به دست بیاوریم:

$$S_{\triangle MEF} = \frac{1}{2} ME \cdot MF \Rightarrow S_{\triangle MEF} = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{3}{4}$$

بد نیست بدانید که برابری دو زاویه $\angle BCE$ و $\angle AMF$ خودتان هم می‌توانستید نتیجه بگیرید و سؤال می‌توانست آن را نکود، چون اگر در شکل مقابل، $\angle BMC$ را α در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} \angle BMC: \hat{C}_1 + \alpha + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 90^\circ - \alpha \\ \angle AMF: \hat{M}_1 + 90^\circ + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \hat{M}_1 = 90^\circ - \alpha \end{cases}$$

۲۶- گزینه ۳



درس‌نامه مطابق شکل، نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث در یک نقطه (I) هم‌رس‌اند. فاصله این نقطه از سه ضلع مثلث به یک اندازه است، یعنی: $IH_1 = IH_2 = IH_3$.

همان‌طور که در درس‌نامه گفتیم، نقطه هم‌رسی نیمسازها، از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

مشاوره وجود چنین سؤال‌هایی ثابت می‌کند، حتی اگر هندسه برایتان خیلی سخت است، نباید هیچ وقت آن را کنار بگذارید، بعضی سؤال‌ها با دانستن مفاهیم ابتدایی قابل حل‌اند.

۲۷- گزینه ۲

استراتژی از تشابه دو مثلث ACE و DAE استفاده می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی برابر است با مجموع اندازه‌های دو زاویه داخلی غیرمجاورش. مثلاً در مثلث مقابل، زاویه خارجی B_1 برابر است با:

$$\hat{B}_1 = \hat{A} + \hat{C}$$

۲ اگر دو زاویه از یک مثلث با دو زاویه از مثلث دیگری برابر باشد، آن دو مثلث متشابه می‌شوند. مثلاً مثلث‌های زیر با دو زاویه برابر α و β متشابه هستند. فقط حواستان باشد وقتی دو زاویه از دو مثلث برابر شدند، سومین زاویه‌شان هم خودبه‌خود برابر می‌شود. (این‌جا ما سومین زاویه برابر را با θ نشان دادیم.)

۳ برای نوشتن نسبت تشابه دو مثلث، ضلع‌های رو به دو زاویه‌های برابر را در یک نسبت زیر هم می‌نویسیم؛ به طوری که طول ضلع‌های یک مثلث همگی در صورت کسرها و مثلث دیگر در مخرج کسرها باشند. مثلاً نسبت تشابه دو مثلث بالا به این صورت نوشته می‌شود:

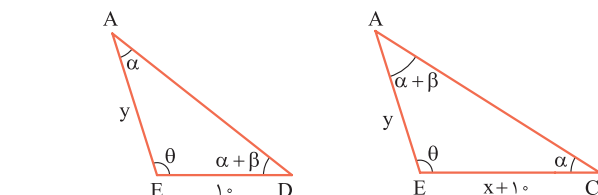
$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP}$$

رو به θ رو به β رو به α

گام ۱ (اثبات تشابه بودن دو مثلث ACE و DAE): با توجه به شکل، زاویه D_1 برای مثلث ACD زاویه خارجی است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه این زاویه برابر می‌شود با:

$$\hat{D}_1 = \alpha + \beta$$

حالا مثلث‌های DAE و ACE را جداگانه می‌کشیم:



همان‌طور که می‌بینید، زاویه‌های این دو مثلث دقیقاً مثل هم‌اند؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، متشابه‌اند.

گام ۲ (نوشتن نسبت تشابه):

حالا به کمک مورد (۳) درس‌نامه، نسبت تشابه مثلث‌های ACE و DAE را می‌نویسیم:

$$\frac{AE}{ED} = \frac{EC}{AE} \Rightarrow \frac{y}{1} = \frac{x+10}{y} \Rightarrow y^2 = 10(x+10) \Rightarrow y^2 = 10x + 100 \quad (*)$$

رو به α رو به $\alpha + \beta$

گام ۳ (محاسبه خواسته سؤال):

در آخر با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه AEB، سعی می‌کنیم یک رابطه دیگر بین x و y به دست بیاوریم:

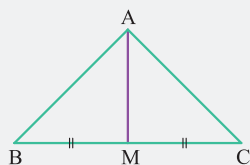
$$AE^2 = AB^2 + BE^2 \Rightarrow y^2 = 11^2 + x^2$$

۳۱- گزینه؟

این سؤال متأسفانه غلط است. سؤال باید می پرسید «در کدام تبدیل، همواره جهت شکل حفظ نمی شود.» در این صورت جوابش می شد «تبدیل بازتاب».

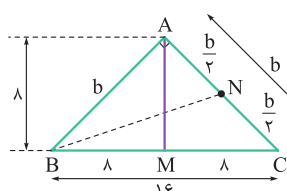
۳۲- گزینه ۴

درس نامه در هر مثلث قائم الزاویه، طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است و



برعکس، یعنی اگر طول میانه وارد بر یکی از ضلع های مثلثی، نصف طول آن ضلع باشد، زاویه روبه روی آن ضلع قائمه است. مثلاً برای شکل مقابل، می توانیم بنویسیم:

$$\hat{BAC} = 90^\circ \Leftrightarrow AM = \frac{1}{2}BC$$



گام ۴ (محاسبه طول ساق مثلث):

شکل مسئله به صورت مقابل است. به گفته سؤال طول میانه وارد بر قاعده BC، نصف همان قاعده است؛ پس طبق درس نامه مثلث متساوی الساقین ABC، قائم الزاویه هم هست. طول ساق این

مثلث را b در نظر می گیریم، در این صورت طبق قضیه فیثاغورس می توانیم بنویسیم:

$$\Delta ABC: AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow b^2 + b^2 = 16^2 \Rightarrow 2b^2 = 16 \times 16$$

$$\Rightarrow b^2 = 8 \times 16 \quad (*)$$

گام ۵ (محاسبه خواسته سؤال): در شکل بالا، N وسط ضلع AC است؛ پس $AN = \frac{b}{2}$

می شود. حالا به کمک فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه ABN، طول میانه BN را به دست می آوریم:

$$BN^2 = AB^2 + AN^2 \Rightarrow BN^2 = b^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \Rightarrow BN^2 = b^2 + \frac{b^2}{4} = \frac{5b^2}{4}$$

$$\xrightarrow{(*)} BN = \sqrt{\frac{5 \times 8 \times 16}{4}} = 4\sqrt{10}$$

۳۳- گزینه ۳

درس نامه ۱ در دنیای ماتریس ها عمل فاکتورگیری برقرار است. فقط باید حواسمان

باشد که فاکتورگیری را از یک سمت انجام دهیم. مثلاً در عبارت $ABC + ADC$ می توانیم از

یک سمت چپ و یک سمت راست فاکتور بگیریم: $ABC + ADC = A(B + D)C$

۲ برای ضرب یک عدد حقیقی در یک ماتریس، باید آن عدد را در تمام درایه های ماتریس

ضرب کنیم.

$$AI = IA = A \quad \text{۳}$$

گام ۴ (ساده تر نوشتن عبارت سؤال): طبق مورد (۱) درس نامه در عبارت

$$A \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} B - \frac{3}{2} A \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} B = A \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} - \frac{3}{2} A \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} B$$

راست فاکتور بگیریم:

$$M = A \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} B - \frac{3}{2} A \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} B = A \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} - \frac{3}{2} A \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} B$$

$$\text{طبق مورد (۲) درس نامه ماتریس} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \text{ هم برابر} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -6 & 6 \end{bmatrix} \text{ است، پس:}$$

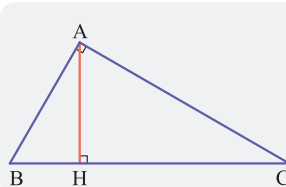
$$M = A \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -6 & 6 \end{bmatrix} B = A \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} B = -3 \underbrace{AIB}_{-3I} = -3AB$$

مشاوره در این کنکور، ۳ سؤال از فصل دوم هندسه دهم داشتیم (این سؤال، قبلیش و بعدیش). یادتان باشد که میحت «تالس» و «تشابه» در کنار میحت «دایره» مهم ترین میاحت هندسه پایه، در کنکور هستند.

۲۹- گزینه ۴

استراتژی از روابط طولی ارتفاع وارد بر وتر، در دو مثلث قائم الزاویه ABC و CDE

استفاده می کنیم.



درس نامه مطابق شکل، در مثلث قائم الزاویه

ABC، اگر ارتفاع وارد بر وتر (BC) باشد، داریم:

$$AH^2 = BH \times HC, \quad AC^2 = CH \times BC,$$

$$AB^2 = BH \times BC$$

گام ۴ (محاسبه طول CF):

در مثلث قائم الزاویه CDE، EF ارتفاع وارد بر وتر است، پس:

$$EF^2 = DF \times CF \Rightarrow 4^2 = 1 \times CF$$

$$\Rightarrow CF = 16$$

گام ۵ (محاسبه خواسته سؤال): در مثلث قائم الزاویه ABC هم BF ارتفاع وارد بر وتر است؛

پس می توانیم از روابط طولی در آن استفاده کنیم:

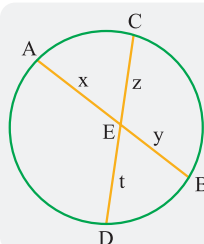
$$BC^2 = CF \times AC \Rightarrow BC^2 = 16 \times (16 + 1 + 3) \Rightarrow BC^2 = 16 \times 20 = 16 \times 4 \times 5$$

$$\Rightarrow BC = 4 \times 2 \times \sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

۳۰- گزینه ۲

استراتژی یک بار برای وترهای متقاطع AB و CD و بار دیگر برای وترهای AB و

EF، رابطه درس نامه را می نویسیم.



درس نامه در هر دایره، بین قطعه هایی که دو

وتر در داخل دایره روی همدیگر می سازند (x, y, z, t و t

در شکل مقابل) رابطه زیر برقرار است:

$$xy = zt$$

گام ۴ (استفاده از روابط طولی برای وترهای متقاطع): مطابق

شکل، فرض می کنیم $AP = x$ و $BQ = y$ باشد. اول برای

وترهای متقاطع AB و CD رابطه درس نامه را می نویسیم:

$$AP \cdot BP = CP \cdot DP \Rightarrow x(y + 7) = 6 \times 10$$

$$\Rightarrow x(7 + y) = 60 \quad (1)$$

برای وترهای AB و EF هم این کار را انجام می دهیم:

$$AQ \cdot BQ = EQ \cdot FQ \Rightarrow (x + 7) \cdot y = 5 \times 12 \Rightarrow y(x + 7) = 60 \quad (2)$$

گام ۵ (محاسبه خواسته سؤال):

سمت راست تساوی های (۱) و (۲) با هم برابر است، پس سمت چپشان هم باید برابر باشند:

$$x(7 + y) = y(x + 7) \Rightarrow 7x + xy = xy + 7y \Rightarrow 7x = 7y \Rightarrow x = y$$

طبق تساوی بالا می توانیم به جای y در تساوی (۱) بنویسیم x:

$$x(7 + y) = 60 \xrightarrow{x=y} x(7 + x) = 60 \Rightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x + 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -12 \end{cases} \quad (\text{غیر قابل قبول})$$

بنابراین طول وتر AB می شود:

$$AB = AP + PQ + QB \Rightarrow AB = 5 + 7 + 5 = 17$$

۳۵- گزینه ۲

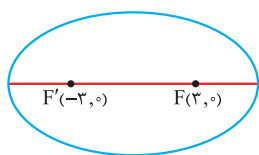
۱ درس نامه فاصله‌های مهم بیضی را مطابق جدول زیر بلد باشید:

شکل	فاصله‌های مهم
	قطر بزرگ: $AA' = 2a$
	قطر کوچک: $BB' = 2b$
	فاصله کانونی: $FF' = 2c$
	مرکز بیضی: $O = \frac{F + F'}{2}$

۲ بین پارامترهای بیضی (a, b, c) رابطه مقابل برقرار است:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

۳ خروج از مرکز هر بیضی برابر $e = \frac{c}{a}$ است.



۴ (محاسبه مقدار c): شکل فرضی مقابل را می‌کشیم. همان‌طور که می‌بینید، چون کانون‌های بیضی نقاطی با طول ۳ و -۳ روی محور xها هستند، آن‌ها را به صورت $F(3, 0)$ و $F'(-3, 0)$ در نظر گرفتیم. طول $FF' = 3 - (-3) = 6$ برابر است با:

پس با توجه به مورد (۱) درس‌نامه $2c = 6$ و در نتیجه $c = 3$ می‌شود.

۵ (محاسبه a): به گفته سؤال خروج از مرکز بیضی، مساوی $\frac{1}{3}$ است؛ پس طبق مورد (۳) درس‌نامه، می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 9$$

۶ (محاسبه خواسته سؤال): حالا که a و c را داریم می‌توانیم به کمک رابطه $a^2 = b^2 + c^2$ (مورد (۲) درس‌نامه)، مقدار b را حساب کنیم:

$$9^2 = b^2 + 3^2 \Rightarrow b^2 = 72 = 36 \times 2 \Rightarrow b = 6\sqrt{2}$$

بنابراین طول قطر کوچک بیضی می‌شود:

$$2b = 2 \times 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

۳۶- گزینه ۱

۱ درس نامه طول بردار $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ برابر است با:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

۲ ضرب خارجی دو بردار مثل $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

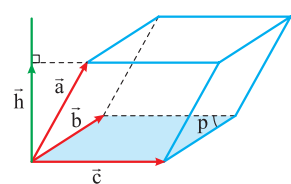
$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \vec{a}_3 \\ \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \vec{b}_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

۳ اگر با بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ یک متوازی‌الاضلاع بسازیم، مساحتش برابر می‌شود با:

$$S = |\vec{a} \times \vec{b}|$$

۴ حجم متوازی‌السطوح ساخته‌شده با بردارهای $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$V = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$



۵ (محاسبه مساحت قاعده متوازی‌السطوح): شکل مسئله به صورت مقابل است. همان‌طور که می‌بینید، قاعده متوازی‌السطوح، متوازی‌الاضلاعی که روی بردارهای $\vec{b} = (-1, 2, 3)$ و $\vec{c} = (3, -2, 1)$ ساخته شده است. اول $\vec{b} \times \vec{c}$ را پیدا می‌کنیم:

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \vec{b}_3 \\ \vec{c}_1 & \vec{c}_2 & \vec{c}_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (1, 10, -4)$$

حالا طبق مورد (۳) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم مساحت قاعده برابر می‌شود با:

$$|\vec{b} \times \vec{c}| = \sqrt{1^2 + 10^2 + (-4)^2} = \sqrt{118} = \sqrt{2 \times 59} = \sqrt{2} \times \sqrt{59}$$

۶ (محاسبه خواسته سؤال): به گفته سؤال $AB = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ است؛ پس M می‌شود:

$$M = -3AB = -3 \times \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -6 \\ -3 & -3 \\ -6 & -9 \end{bmatrix}$$

که حاصل ضرب درایه‌های غیر قطر اصلی‌اش برابر است با:

$$-6 \times (-9) = 54$$

۳۴- گزینه ۲

۱ درس نامه هر وقت همه درایه‌های حاصل از ضرب دو ماتریس A و B را نمی‌خواستید و هدفتان پیدا کردن یک‌سری درایه یا سطر و ستون خاص بود از رابطه‌های زیر استفاده کنید:

$$\begin{bmatrix} \text{ستون زام} \\ \text{ماتریس B} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \text{سطر زام ماتریس A} \end{bmatrix} = \text{درایه واقع در سطر زام ماتریس AB}$$

$$\text{کل ماتریس B} \times \begin{bmatrix} \text{سطر زام ماتریس A} \end{bmatrix} = \text{سطر زام ماتریس AB}$$

$$\begin{bmatrix} \text{ستون زام} \\ \text{ماتریس B} \end{bmatrix} \times \text{کل ماتریس A} = \text{ستون زام ماتریس AB}$$

می‌دانیم: $A^3 = A \times A \times A$ است، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

اول ضرب دو ماتریس سمت چپ را انجام می‌دهیم:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

حالا می‌توانیم به کمک تساوی بالا، A^3 را برحسب ضرب دو ماتریس به این صورت بنویسیم:

$$A^3 = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

از ماتریس بالا فقط سطر سومش را می‌خواهیم، پس طبق درس‌نامه کافی است سطر سوم ماتریس آبی را در کل ماتریس قرمز ضرب کنیم:

$$A^3 \text{ سطر سوم} = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

تیزبازی

★ نکته در ضرب ۳ ماتریس هم می‌توانیم به جای محاسبه کل درایه‌ها، فقط درایه‌های خاص را هدف قرار بدهیم. برای این کار از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} \text{ستون زام} \\ \text{ماتریس C} \end{bmatrix} \times \text{کل ماتریس B} \times \begin{bmatrix} \text{سطر زام} \\ \text{ماتریس A} \end{bmatrix} = \text{درایه واقع در سطر زام و ستون زام ماتریس ABC}$$

همان‌طور که می‌بینید سطر سوم و ستون سوم گزینه‌ها متفاوت‌اند، پس می‌توانیم با محاسبه این درایه سؤال را حل کنیم. از ضرب $A \times A \times A$ ، فقط درایه سطر سوم و ستون سوم را می‌خواهیم، پس طبق نکته بالا کافی است بنویسیم:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = -4 + 0 + 3 = -1$$

تنها ماتریسی که سطر سوم و ستون سومش ۷ است، ماتریس $\begin{bmatrix} -10 & 1 & 7 \end{bmatrix}$ در (۲) است.

۴۰ - گزینه ۳

درس نامه ۱ در گراف کامل K_p ، تعداد یال‌ها $E(G) = \frac{p(p-1)}{2}$ و درجه تمام رأس‌ها « $p-1$ » است.

۲ اگر تعداد یال‌های گرافی به K_p نزدیک باشد، می‌توانیم فکر کنیم که یک گراف کامل بوده و از آن یال جدا شده است.

گام ۱ با $|V(G)| = 8$ رأس، بیشترین تعداد یال $\frac{8(8-1)}{2} = 28$ است و گراف صورت سؤال ۲۴ یال دارد؛ پس ۴ یال از K_8 کم‌تر دارد.

گام ۲ اگر K_8 بود، هشت رأس درجه ۷ داشت.

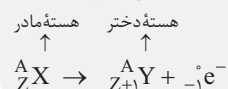
حالا چون می‌خواهیم به حداقل مینیمم درجه برسیم، ۴ یال را از یک رأس برمی‌داریم تا درجه‌اش به $7-4=3$ برسد، پس $\delta_{\min} = 3$ است.

فیزیک

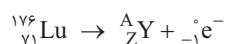
۴۱ - گزینه ۱

استراتژی در فرایند واپاشی، عدد جرمی و عدد اتمی قبل از فرایند را به ترتیب برابر با مجموع عدد جرمی‌ها و مجموع عدد اتمی‌ها پس از فرایند قرار بدهید. با این روش می‌توانید عدد جرمی و عدد اتمی هسته دختر را پیدا کنید.

درس نامه واپاشی بتای منفی (β^-)، این ذرات، الکترون‌اند و به همین دلیل، این واپاشی را واپاشی β^- می‌گوییم. فرایند واپاشی β^- را با رابطه زیر بیان می‌کنیم:



گام ۱ ابتدا فرایند این واپاشی را می‌نویسیم (هسته دختر را با ${}^A_Z Y$ نشان دادیم).



گام ۲ حالا عدد جرمی و عدد اتمی قبل از فرایند را به ترتیب برابر با مجموع عدد جرمی‌ها و مجموع عدد اتمی‌ها پس از فرایند قرار می‌دهیم تا A و Z هسته دختر را پیدا کنیم.

$$176 = A + 0 \Rightarrow A = 176 \Rightarrow {}^{176}_{72} Y$$

پس هسته دختر حاصل از این واپاشی، ${}^{176}_{72} \text{Hf}$ است.

۴۲ - گزینه ۲

درس نامه در ضربه تراکم، پیستون بالا می‌آید و مخلوط (هوا و بنزین) را به سرعت متراکم می‌کند. در پایان این مرحله که می‌توان آن را به صورت بی‌دررو در نظر گرفت، دما و فشار مخلوط، بسیار بالا می‌رود.

با توجه به درس‌نامه، در ضربه تراکم باید هر دو سوپاپ ورودی و خروجی بسته باشند تا بتوان دما و فشار مخلوط را بسیار بالا برد.

مشاوره در چند سال اخیر، از مباحث توضیحی مربوط به ماشین درون‌سوز بنزینی، سؤالی در کنکورهای سراسری مطرح نشده بود و به نوعی این تست همه را غافلگیر کرد.

۴۳ - گزینه ۳

درس نامه قضیه کار - انرژی جنبشی، کار کل وارد بر یک جسم در یک جابه‌جایی معین، برابر با تغییر انرژی جنبشی آن است.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_t^2 - v_i^2)$$

تندی اولیه ($\frac{m}{s}$) جرم (kg) تندی ثانویه ($\frac{m}{s}$)

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، کل کار انجام‌شده روی توپ را به دست می‌آوریم.

گام ۱ (محاسبه حجم متوازی‌السطوح)، حالا به کمک مورد (۴) درس‌نامه، حجم متوازی‌السطوح را حساب می‌کنیم:

$$V = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} - (-3) \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= |2(1) + 3(-10) + 4(-4)| = 30$$

گام ۲ (محاسبه خواسته سؤال)، حالا به کمک رابطه $V = S_{\text{قاعده}} \times h$ ، طول ارتفاع را به دست می‌آوریم:

$$30 = \frac{1}{2} \sqrt{5} \times h \Rightarrow h = \frac{60}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{60}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

۳۷ - گزینه ۴

درس نامه اگر n شیء در کنار هم قرار بگیرند و n_1 تای آن‌ها مثل هم و n_2 تای دیگر مثل هم و ... باشند تعداد جایگشت‌ها برابر است با:

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots}$$

گام ۱ مجموع پنج رقم باید $1+23n$ باشد. چون ارقام از صفر تا ۹ هستند مجموع ۵تای آن‌ها از ۱ تا ۴۵ است و برای جمع $1+23n$ فقط انتخاب‌های $1+23 \times 0 = 23$ و $24 = 1+23 \times 1$ را داریم.

گام ۲ مجموع ۱ در اعداد متوالی فقط برای $1, 0, 0, 0, 0$ و مجموع ۲۴ در حالت $5, 5, 5, 5, 4$ رخ می‌دهد.

گام ۳ برای عدد پنج‌رقمی با $1, 0, 0, 0, 0$ فقط ۱ حالت داریم (چون ۱ حتماً سمت چپ است) و برای $5, 5, 5, 5, 4$ طبق درس‌نامه، به تعداد $\frac{5!}{4!} = 5$ جایگشت داریم.

گام ۴ بنابراین طبق اصل جمع، تعداد کل حالات $5+1=6$ است.

۳۸ - گزینه ۳

درس نامه معادله سیالته خطی $ax + by = c$ فقط وقتی جواب دارد که c بر b م.م.م a و b بخش‌پذیر باشد.

بنابراین می‌توانیم بگوییم $ra + sb$ به ازای مقادیر مختلف و صحیح r و s ، همواره مضرب (a, b) است.

گام ۱ طبق درس‌نامه حاصل $407r + 592s$ همواره مضرب م.م.م 407 و 592 یا همان $(592, 407)$ است.

گام ۲ $407 = 11 \times 37$ ، اما به ۱۱ بخش‌پذیر است و تجزیه‌اش 11×37 است. 592 هم به ۳۷ می‌خورد و تجزیه‌اش 16×37 است؛ پس م.م.م آن‌ها می‌شود ۳۷.

گام ۳ بنابراین $407r + 592s$ مضرب ۳۷ است و کم‌ترین مقدار مثبت آن $37 \times 1 = 37$ خواهد بود که جمع ارقامش $10 = 3+7$ است.

۳۹ - گزینه ۲

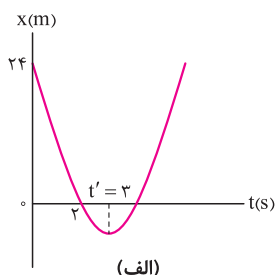
درس نامه در مسائل اصل لانه‌کیبوتری وقتی می‌خواهیم مطمئن باشیم اتفاق خاصی رخ می‌دهد بدترین حالت ممکن را در نظر می‌گیریم. یعنی مثلاً ابتدا تمام اعدادی که نمی‌خواهیم باشند را انتخاب می‌کنیم و بعد سراغ اعداد مطلوب می‌رویم.

گام ۱ بدترین حالت این است که تا جای ممکن اعدادی را برداریم که هیچ کدامشان مقسوم‌علیه مشترک غیر ۱ ندارند.

گام ۲ پس به نظر می‌رسد بدترین انتخاب این است که اعداد اول ۳، ۵، ۷، ۱۳، ۱۷ و ۱۹ (حواسمان هم هست که عدد ۱۱ در مجموعه وجود ندارد) را بیرون بیاوریم. اما این‌جا باید حواسمان باشد که عدد ۴ فقط عامل ۲ دارد و نسبت به همه اعداد اولی که تا این‌جا برداشتیم اول است، پس ۴ را هم برمی‌داریم.

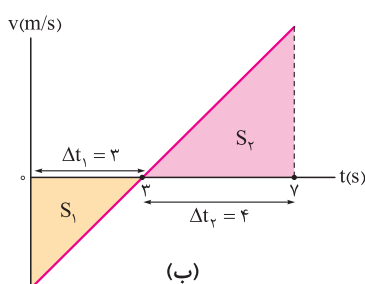
گام ۳ تا این‌جا ۷ عدد برداشتیم که همگی آن‌ها نسبت به هم اول‌اند. اما به محض این‌که هشتمی را برداریم، خواسته مسئله برآورده می‌شود.

تله اگر حواسمان به بیرون‌آوردن عدد ۴ نبود، فکر می‌کردیم با برداشتن ۷ عدد خواسته مسئله برآورده می‌شود و در تله (۳) می‌افتادیم.



گام ۳ نمودار مکان - زمان شکل (الف) سه ویژگی دارد:
اول این که شیب اولیه نمودار مکان - زمان منفی است، پس سرعت اولیه منفی بوده و نمودار سرعت - زمان باید از پایین محور t شروع شود. ($v_0 < 0$)
دوم این که گودی یا تقعر آن رو به بالا است، پس شتاب حرکت مثبت بوده و باید شیب نمودار سرعت - زمان مثبت باشد.

سوم این که در لحظه $t' = 3s$ نمودار در نقطه کمینه قرار دارد و متحرک در این لحظه تغییر جهت داده است، پس نمودار سرعت - زمان در لحظه $t' = 3s$ محور t را قطع می کند. با این سه ویژگی نمودار سرعت - زمان را به صورت شکل (ب) رسم می کنیم.



گام ۴ برای پیدا کردن نسبت تندى متوسط به اندازه سرعت متوسط باید نسبت S_2 و S_1 را در شکل روبه رو بدانیم.

براساس بررسی نسبت مساحت مثلث ها با مجذور اضلاع متناظر آنها (مورد (۴) درس نامه)

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow S_2 = \frac{16}{9} S_1$$

گام ۵ یک راست می رویم سراغ نسبت تندى متوسط به اندازه سرعت متوسط در بازه زمانی صفر تا $7s$ و فرمول های تندى متوسط و سرعت متوسط را در این نسبت جایگذاری می کنیم تا به جواب تست برسیم:

$$\frac{S_{av(e,vs)}}{|v_{av(e,vs)}|} = \frac{\frac{\ell(e,vs)}{|\Delta x(e,vs)|}}{\frac{|\Delta t(e,vs)|}{|\Delta x(e,vs)|}} = \frac{\ell(e,vs)}{|\Delta x(e,vs)|} \cdot \frac{|\Delta x(e,vs)|}{|\Delta t(e,vs)|} = \frac{S_1 + S_2}{|-S_1 + S_2|} = \frac{S_1 + S_2}{-S_1 + S_2}$$

$$= \frac{S_1 + \frac{16}{9}S_1}{-S_1 + \frac{16}{9}S_1} = \frac{\frac{25}{9}S_1}{\frac{7}{9}S_1} = \frac{25}{7}$$

تیزبازی با توجه به این که سرعت در لحظه $t' = 3s$ صفر است، از رابطه جابه جایی - زمان با سرعت اولیه صفر یعنی $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ به جواب می رسیم:

$$\frac{|\Delta x(e,rs)| + |\Delta x(rs,vs)|}{|\Delta x(rs,vs)| - |\Delta x(e,rs)|} = \frac{\frac{1}{2}a(3)^2 + \frac{1}{2}a(4)^2}{\frac{1}{2}a(4)^2 - \frac{1}{2}a(3)^2} = \frac{9+16}{16-9} = \frac{25}{7}$$

تله برای محاسبه نسبت خواسته شده، اصلاً به مقدار عددی جابه جایی و مسافت نیاز نداریم و $x_0 = 24m$ و $t_1 = 2s$ داده شده در شکل، به هیچ کاری نمی آیند و داده وقت گیر و اضافه محسوب می شوند.

۴۵ - گزینه ۳

شفاف سازی فاصله متحرک تا مبدأ محور، کوچک تر یا برابر $8m$ است، یعنی مطابق شکل زیر متحرک در محدوده $[-8m, 8m]$ در حال حرکت است.



استراتژی اگر بدانیم متحرک در چه لحظه ای در مکان های $x_1 = 8m$ و $x_2 = -8m$ قرار دارد، می توانیم بازه زمانی ای را که در این محدوده قرار دارد هم حساب کنیم.

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{m=450 \text{ g} = 0.45 \text{ kg}}{v_1=20 \text{ m/s}, v_2=16 \text{ m/s}} \rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 0.45 \times (16^2 - 20^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.45 \times (-144) = -32.4 \text{ J}$$

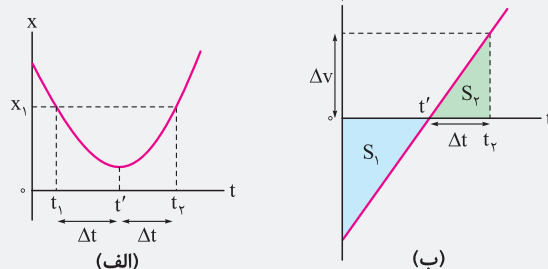
مشاوره قضیه کار - انرژی جنبشی، یکی از مهم ترین مطالب فصل ۳ کتاب فیزیک دهم است و قابلیت ارتباط به تمام مطالب این فصل را دارد؛ پس این قضیه را به خوبی یاد بگیرید.

۴۴ - گزینه ۲

شفاف سازی ۱ متحرک در لحظه $t = 3s$ تغییر جهت داده است، یعنی در این لحظه سرعت متحرک صفر شده و تغییر علامت می دهد (لحظه $t = 3s$ محل برخورد نمودار سرعت - زمان با محور t است). **۲** ثانیه اول یعنی بازه زمانی صفر تا $7s$.

استراتژی ابتدا از روی نمودار مکان - زمان متحرک، نمودار سرعت - زمان آن را رسم می کنیم و بعد مساحت های زیر نمودار را در بازه زمانی خواسته شده پیدا می کنیم و به کمک رابطه تندى متوسط و سرعت متوسط به جواب می رسیم.

درس نامه ۱ اگر نمودار مکان - زمان یک متحرک مانند شکل (الف) به صورت سهمی باشد که رأس آن لحظه t' است، نمودار سرعت - زمان آن مانند شکل (ب) یک خط راست خواهد بود. همین طور که می بینید، این نمودار در لحظه t' محور t را قطع می کند.



حواستون باشه! در نمودار (الف) گودی (تقعر) نمودار رو به بالا است؛ یعنی علامت شتاب مثبت است، پس شیب نمودار سرعت - زمان هم باید مثبت و نمودار سرعت - زمان باید صعودی باشد.

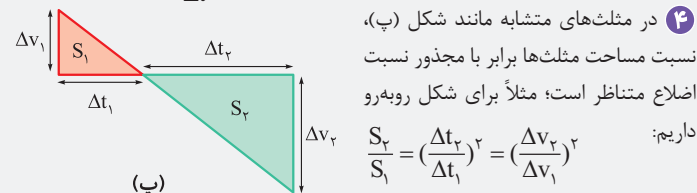
۲ محاسبه جابه جایی و مسافت طی شده توسط متحرک به کمک نمودار سرعت - زمان ($v-t$)
(الف) مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور t در هر بازه زمانی، بیانگر اندازه جابه جایی متحرک در آن بازه زمانی است. اگر نمودار بالای محور t باشد، جابه جایی متحرک مثبت و اگر نمودار زیر محور t باشد، جابه جایی متحرک منفی است. مثلاً برای شکل (ب) داریم:

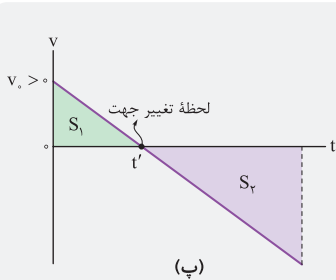
نمودار پایین محور t : $\Delta x_1 = -S_1$ جابه جایی در بازه زمانی t_1 تا t'
نمودار بالای محور t : $\Delta x_2 = +S_2$ جابه جایی در بازه زمانی t' تا t_2

نمودار بالای محور t : $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = -S_1 + S_2$ جابه جایی در بازه زمانی صفر تا t_2
(ب) مسافت طی شده توسط متحرک در هر بازه زمانی برابر با مساحت محصور بین نمودار و محور t در آن بازه زمانی است.
 $\ell_1 = +S_1$ مسافت طی شده در بازه زمانی t_1 تا t'
 $\ell_2 = +S_2$ مسافت طی شده در بازه زمانی t' تا t_2
 $\ell = \ell_1 + \ell_2 = S_1 + S_2$ مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا t_2

۳ پس از محاسبه جابه جایی و مسافت طی شده، سرعت متوسط و تندى متوسط از رابطه های زیر محاسبه می شوند:

جابه جایی: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ سرعت متوسط
مسافت طی شده: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ تندى متوسط





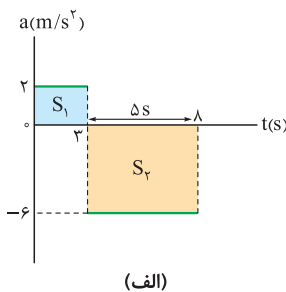
(پ)

۲ شکل (پ) نمونه‌ای از نمودار سرعت-زمان متحرکی است که با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند و در لحظه‌ای مانند t' تغییر جهت داده است. در این شکل، مساحت‌های S_1 و S_2 بیانگر مسافت‌هایی است که متحرک قبل و بعد از تغییر جهت می‌پیماید. در این صورت مسافت کل برحسب S_1 و S_2 به این صورت است:

$$\ell = S_2 + S_1$$

۳ پس از محاسبه مسافت کل، تندی متوسط از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{مسافت طی شده} \rightarrow s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \leftarrow \text{تندی متوسط}$$



(الف)

۴ کمک سطح زیر نمودار شتاب - زمان روبه‌رو، سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1 = 3$ s و $t_2 = 8$ s را حساب می‌کنیم.

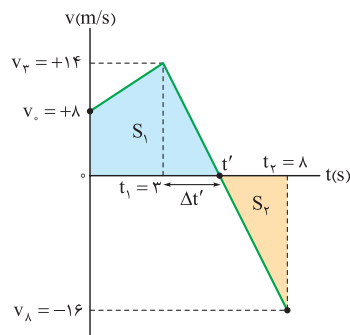
$$\Delta v_{(0,3s)} = S_1 \Rightarrow v_3 - v_0 = S_1$$

$$\frac{v_3 - 0}{S_1 = 3 \times 2 = 6 \text{ m/s}} \rightarrow v_3 - 0 = 6$$

$$\Rightarrow v_3 = 6 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_{(3,8s)} = -S_2 \Rightarrow v_8 - v_3 = -S_2$$

$$\frac{v_8 - 6 \text{ m/s}}{S_2 = 5 \times 6 = 30 \text{ m/s}} \rightarrow v_8 - 6 = -30 \Rightarrow v_8 = -24 \text{ m/s}$$



(ب)

۵ حالا که سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1 = 3$ s و $t_2 = 8$ s را داریم، می‌توانیم نمودار سرعت - زمان این حرکت را به صورت شکل (ب) رسم کنیم. تنها نقطه مبهم این نمودار لحظه t' (لحظه تغییر جهت متحرک) است که آن هم با نوشتن شیب نمودار در بازه زمانی t_1 تا t' محاسبه می‌شود:

$$|\Delta t'| = |\text{شیب نمودار در بازه } \Delta t'| \Rightarrow \frac{14}{\Delta t'} = |-6|$$

$$\Rightarrow \Delta t' = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \Rightarrow t' - 3 = \frac{7}{3} \Rightarrow t' = \frac{9+7}{3} = \frac{16}{3} \text{ s}$$

۶ برای محاسبه تندی متوسط در مدت صفر تا ۸ s باید سطح‌های زیر نمودار (S_1 و S_2) را حساب کنیم. (پون عدد کسری اند، مناسبه شون یک کم وقت گیره. برای همین این گام، وقت گیرترین گام حل این سواله)

مساحت مثلث بالای محور t + مساحت ذوزنقه بالای محور $S_1 = t$

$$= \frac{v_0 + v_3}{2} \times (t_1 - 0) + \frac{v_3 \times \Delta t'}{2} = \frac{0 + 6}{2} \times 3 + \frac{6 \times \frac{7}{3}}{2} = \frac{18}{2} + \frac{14}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ m}$$

$$S_2 = t = \text{مساحت مثلث زیر محور} = \frac{|v_8| \times (t_2 - t')}{2} = \frac{24 \times (8 - \frac{16}{3})}{2} = \frac{24 \times \frac{8}{3}}{2} = \frac{64}{1} = 64 \text{ m}$$

۷ فقط می‌ماند محاسبه تندی متوسط:

$$s_{av} = \frac{\ell_{\text{کل}}}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{16 + 64}{8 - 0} = \frac{80}{8} = 10 \text{ m/s}$$

۸ در معادله مکان - زمان داده شده، یک بار x را برابر 8 m و یک بار هم برابر -8 m قرار می‌دهیم تا لحظه عبور متحرک از این مکان‌ها را پیدا کنیم.

$$x = 2t^2 - 12t + 8 \xrightarrow{x_1 = 8 \text{ m}} 8 = 2t^2 - 12t + 8$$

$$\Rightarrow t^2 - 6t = 0 \Rightarrow t_1 = 0, t_2 = 6 \text{ s}$$

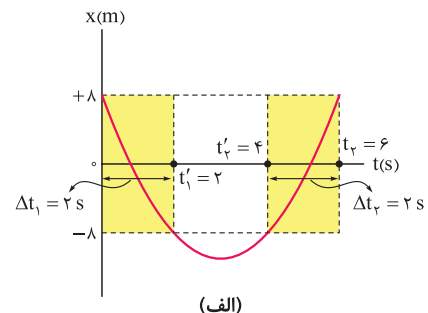
پس متحرک در لحظه‌های صفر و ۶ s از مکان $x_1 = 8 \text{ m}$ عبور کرده است.

$$x = 2t^2 - 12t + 8 \xrightarrow{x_2 = -8 \text{ m}} -8 = 2t^2 - 12t + 8$$

$$\Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 0 \Rightarrow t'_1 = 2 \text{ s}, t'_2 = 4 \text{ s}$$

پس متحرک در لحظه‌های $t'_1 = 2 \text{ s}$ و $t'_2 = 4 \text{ s}$ از مکان $x_2 = -8 \text{ m}$ عبور کرده است.

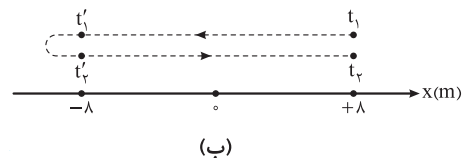
۹ حالا با توجه به لحظه‌هایی که در گام اول حساب کردیم و مطابق شکل (الف)، نمودار مکان - زمان این حرکت را رسم می‌کنیم تا با چشم غیرمسلح هم ببینیم که چند ثانیه فاصله متحرک تا مبدأ محور کوچک‌تر یا برابر 8 m است. در شکل، در بازه‌هایی که رنگی کرده‌ایم، یعنی بازه‌های «صفر تا ۲ s» و «۴ s تا ۶ s» فاصله متحرک از مبدأ کم‌تر یا برابر 8 m بوده است.



(الف)

$$\Delta t_{\text{کل}} = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 2 + 2 = 4 \text{ s}$$

در شکل (ب)، مسیر حرکت متحرک را هم نشان داده‌ایم تا خوب متوجه بشوید که این متحرک از کجاها محور عبور کرده است.



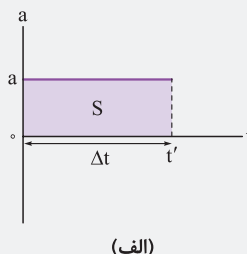
(ب)



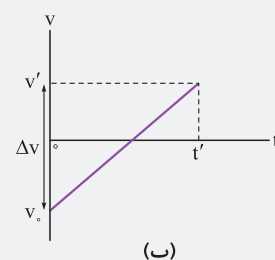
۴۶ - گزینه ۴

۱۰ استراتژی در سؤالاتی که نمودار شتاب - زمان متحرک را به شما می‌دهند، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنید. چون با استفاده از نمودار سرعت - زمان متحرک، می‌توانید مسافت طی شده، جابه‌جایی، سرعت متوسط، تندی متوسط و ... را به دست بیاورید.

درس‌نامه ۱ رسم نمودار سرعت - زمان از روی



(الف)



(ب)

نمودار شتاب - زمان: در حرکت شتاب ثابت بر روی خط راست، یکی از روش‌های سریع رسم نمودار سرعت - زمان، پیدا کردن سرعت متحرک در ابتدا و انتهای بازه زمانی مورد نظرمان است. برای این کار، نمودار شتاب - زمان متحرک (مانند شکل (الف)) به ما کمک می‌کند که با رابطه $\Delta v = a \Delta t$ یا محاسبه سطح زیر نمودار (S) تغییرات سرعت متحرک را حساب کنیم:

بنابراین اگر سرعت متحرک در یک لحظه (مثلاً سرعت اولیه) را در صورت سؤال به ما بدهند، به راحتی می‌توانیم سرعت در لحظه‌های دیگر (مثلاً سرعت در لحظه t') را حساب کنیم و با رسم یک خط راست، نمودار سرعت - زمان متحرک را مانند شکل (ب) رسم کنیم.

$$\Delta v = v' - v_0 \Rightarrow v' = \Delta v + v_0$$

گام ۳ نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر هر شخص، نیروی مرکزگرای آن را تأمین می‌کند. با توجه به این که نیروی عمودی سطح هر دو شخص و جنس سطوح تماس آن‌ها یکسان است، پس بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی آن‌ها نیز یکسان است:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \xrightarrow{\frac{\mu_s A = \mu_s B}{m_A = m_B}} f_{s,max A} = f_{s,max B}$$

اگر تندی دیسک به تدریج افزایش یابد، دوره تناوب هر دو شخص A و B کاهش می‌یابد (پهن به دور رو زودتر می‌زنن)؛ پس طبق رابطه $F = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ ، نیروی مرکزگرای هر دو شخص افزایش می‌یابد.

برای این که بفهمیم با افزایش تندی دیسک، کدام شخص زودتر می‌لغزد، باید بیشینه نیروی مرکزگرای کدام شخص زودتر به $f_{s,max}$ می‌رسد. در لحظه‌ای که نیروی مرکزگرای شخصی به $f_{s,max}$ می‌رسد، آن شخص در آستانه لغزش قرار می‌گیرد و پس از آن با افزایش نیروی مرکزگرا می‌لغزد. طبق رابطه $F = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ ، چون جرم (m) و دوره تناوب (T) هر دو شخص یکسان، اما $r_B > r_A$ است؛ پس نیروی مرکزگرای شخص B زودتر به $f_{s,max}$ می‌رسد و در نتیجه زودتر می‌لغزد.

گزینه ۳ - ۵۰

درس نامه نیروی اصطکاک جنبشی؛
نیروی عمودی سطح (N)
 $f_k = \mu_k F_N$
ضرب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح

ابتدا باید ببینیم که جسم حرکت می‌کند یا نه! پس به سراغ $f_{s,max}$ می‌رویم.

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \xrightarrow{\frac{\mu_s = 0.5}{m = 1 \text{ kg}, g = 10 \text{ N/kg}}} f_{s,max} = 0.5 \times 10 \times 10 = 50 \text{ N}$$

چون $F > f_{s,max}$ است، پس جسم بر روی سطح افقی حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع جنبشی است. سؤال از ما نیروی خالص وارد بر جسم را می‌خواهد؛ بنابراین از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم.

$$F_{net} = F - f_k \xrightarrow{\frac{f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg, F = 55 \text{ N}}{\mu_k = 0.25, m = 1 \text{ kg}, g = 10 \text{ N/kg}}} F_{net} = 55 - 0.25 \times 10 \times 10 = 55 - 25 = 30 \text{ N}$$

مشاوره در صورت سؤال باید مقدار شتاب گرانش ($g = 10 \text{ N/kg}$) داده می‌شد. شاید طراح فرض کرده است که ما خودمان مقدار g را برابر با 10 N/kg در نظر می‌گیریم!

گزینه ۴ - ۵۱

درس نامه رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست؛

سرعت ابتدایی سرعت نهایی
(m/s) (m/s)
شتاب (m/s²)
 $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$
جابه‌جایی (m)

نکته برای تبدیل یکای $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ به $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ و برعکس به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow{\frac{1000}{3600}} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام ۱ ابتدا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه‌های زیر، شتاب خودرو از لحظه ترمز تا لحظه توقف را به دست می‌آوریم.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_2 = 0 \text{ m/s}, v_1 = 36 \times \frac{1000}{3600} = 10 \text{ m/s}, \Delta x = 10 \text{ m}} 0^2 - 10^2 = 2a \times 10$$

$$\Rightarrow -100 = 20a \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

گام ۲ حالا نیروی اصطکاک بین لاستیک‌ها و سطح جاده را با استفاده از قانون دوم نیوتون محاسبه می‌کنیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow 0 - f_k = ma$$

$$\xrightarrow{\frac{m = 1600 \text{ kg}}{a = -5 \text{ m/s}^2}} -f_k = 1600 \times (-5) \Rightarrow f_k = 8000 \text{ N}$$

گزینه ۱ - ۴۷

درس نامه جابه‌جایی متحرک در n ثانیه k ام؛

سرعت اولیه متحرک
 $\Delta x_{(k \text{ ام } n \text{ ثانیه})} = (k - 0.5)an^2 + v_0 n$
شتاب متحرک

با توجه به رابطه‌ای که در درس‌نامه گفتیم، نسبت خواسته‌شده را می‌نویسیم: ($v_0 = 0$)

$$\frac{\Delta x_{(n \text{ ثانیه سوم})}}{\Delta x_{(n \text{ ثانیه دوم})}} = \frac{(3 - 0.5)an^2}{(2 - 0.5)an^2} = \frac{2.5}{1.5} = \frac{5}{3}$$

مشاوره شاید باورش سخت باشد، اما در همهٔ کنکورهای تست تا این اندازه آسان هم هست. حتی گاهی در میحث سخت حرکت‌شناسی! پس همهٔ تست‌های کنکور را بررسی کنید، شاید زیر این چهره خشک و خشن، قلبی از طلا باشد!

گزینه ۴ - ۴۸

درس نامه قانون دوم نیوتون؛

جرم (kg)
 $F_{net} = ma \rightarrow (m/s^2)$ شتاب
نیروی خالص (N)

کافی است قانون دوم نیوتون را در راستای قائم (محور y) بنویسیم:

$$F_{net,y} = ma_y \Rightarrow T - mg = -m \times 0.8g$$

$$\Rightarrow T = \frac{2}{10}mg \Rightarrow \frac{T}{mg} = \frac{1}{5}$$



گزینه ۲ - ۴۹

درس نامه ۱ نیروی مرکزگرا؛ در حرکت دایره‌ای یکنواخت، نیروی خالصی در

راستای شعاع دایره و به سمت مرکز آن وارد می‌شود. به این نیروی خالص که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شود، نیروی مرکزگرا می‌گوییم. نیروی مرکزگرا نیروی جدیدی نیست، نیروهای گرانشی، الکتریکی و ... می‌توانند نیروی مرکزگرا را تأمین کنند. قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت به صورت زیر است:

تندی ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$) جرم (kg)
 $F_{net} = \frac{mv^2}{r} \xrightarrow{v = \frac{2\pi r}{T}} F_{net} = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$
شعاع (m)

ضرب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح

نیروی عمودی سطح (N)
 $f_{s,max} = \mu_s F_N \rightarrow (N)$
بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی (N)

در رابطه بالا، اگر $F_{محرک} \leq f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک برابر با $F_{محرک}$ است و اگر $F_{محرک} > f_{s,max}$ باشد، جسم حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک وارد بر آن بر آن از نوع جنبشی (f_k) است.

گام ۱ هر دو شخص A و B بر روی یک دیسک افقی گردان قرار دارند؛ پس دوره تناوب آن‌ها یکسان است ($T_A = T_B$). از طرفی، چون جرم آن‌ها نیز یکسان است ($m_A = m_B$).

پس طبق رابطه $F = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ ، نیروی مرکزگرای شخصی بیشتر است که فاصله آن تا مرکز دوران (r) بیشتر باشد.

$$F = m \frac{4\pi^2 r}{T^2} \xrightarrow{\frac{T_A = T_B, m_A = m_B}{r_B > r_A}} F_B > F_A$$

۱ و ۴ پر!

۵۴ - گزینه ۱

درس نامه ۱ شدت صوت: شدت یک موج صوتی در یک سطح، برابر با آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند.

توان متوسط صوت (W) $\rightarrow I = \frac{P_{av}}{A}$ ← شدت صوت
مساحت سطحی که صوت $\rightarrow A$ (مربع متر)
با آن برخورد می‌کند (m^2).

۲ تراز شدت صوت: $\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$ (dB)
شدت صوت (W/m^2) $\rightarrow I_0 = 10^{-12} W/m^2$
شدت صوت مرجع (W/m^2)

گام ۱ ابتدا شدت صوت را به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{I_0 = 10^{-12} W/m^2, \beta = 90 dB} 90 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow 10^9 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-3} W/m^2$$

گام ۲ حالا آهنگ متوسط انتقال انرژی (توان متوسط) خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} \xrightarrow{I = 10^{-3} W/m^2, A = 1 cm^2 = 10^{-4} m^2} 10^{-3} = \frac{P_{av}}{10^{-4}}$$

$$\Rightarrow P_{av} = 10^{-7} W = 10^{-1} \mu W$$

مشاوره گاهی اوقات طراح به ما اطلاعات اضافی می‌دهد؛ مثلاً در این سؤال به فاصله ۵ متری داده شده نیازی نداشتیم!

۵۵ - گزینه ۳

درس نامه بسامد هماهنگ n ام در تار مرتعش دو انتها بسته به طول L ، از رابطه $f_n = \frac{nv}{2L}$ مقابل به دست می‌آید:

در این رابطه، v تندی انتشار موج عرضی در تار است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

نیروی کشش تار
جرم تار $\rightarrow v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$

گام ۱ ابتدا با جای گذاری داده‌ها در رابطه زیر، تندی انتشار موج در تار را به دست می‌آوریم.

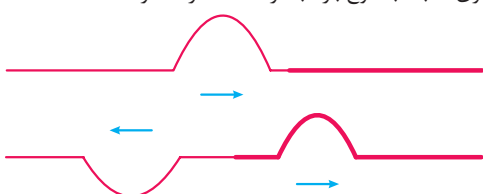
$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow{F = 224 N, m = 6 \times 10^{-3} kg, L = 60 cm = 0.6 m} v = \sqrt{\frac{224 \times 0.6}{6 \times 10^{-3}}} = 180 m/s$$

گام ۲ حالا می‌توانیم بسامد هماهنگ چهارم را محاسبه کنیم.

$$f = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{n=4, v=180 m/s, L=0.6 m} f = \frac{4 \times 180}{2 \times 0.6} = 600 Hz$$

۵۶ - گزینه ۴

طناب نشان داده شده از دو بخش نازک و ضخیم تشکیل شده است. وقتی تپ در طناب نازک به مرز دو بخش می‌رسد، بخشی از این تپ باز می‌تابد و بخش دیگر آن عبور می‌کند. بسامد این دو موج، همان بسامد موج فرودی است و چون تندی موج عبوری در قسمت ضخیم کم‌تر از موج بازتاب در قسمت نازک است، پس طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ ، موج عبوری در قسمت ضخیم، طول موج کم‌تری نسبت به موج بازتاب در قسمت نازک دارد.



مشاوره این سؤال از شکل کتاب درسی طراحی و عیناً در این کنکور آمده است. اگر هنوز کتاب درسی را نخوانده‌اید، حتماً نگاهی به آن بیندازید تا بعداً پشیمان نشوید.

۵۲ - گزینه ۱

شفاف سازی با توجه به معادله مکان - زمان نوسانگر، $\omega = \frac{16\pi}{3} rad/s$ است.

درس نامه ۱ سرعت متوسط: نسبت جابه‌جایی متحرک به مدت زمان جابه‌جایی.

$$v_{av} = \frac{\Delta x \rightarrow (m)}{\Delta t \rightarrow (s)}$$

۲ تندی متوسط: نسبت مسافت طی شده به مدت زمان.

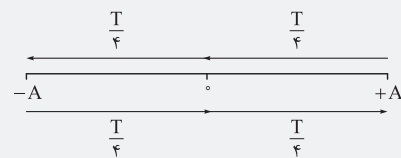
$$s_{av} = \frac{\ell \rightarrow (m)}{\Delta t \rightarrow (s)}$$

۳ معادله مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده:

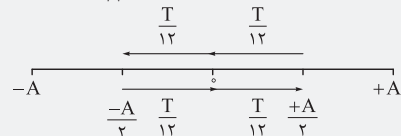
$$x = A \cos \omega t \rightarrow (s) \text{ زمان}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \text{دوره تناوب}$$

↑
مکان نوسانگر (m) بسامد زاویه‌ای (rad/s)

۴ حداقل مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از انتهای پاره خط نوسان به وسط پاره خط نوسان برود (و برعکس)، برابر با $\frac{T}{4}$ است.



۵ در حرکت هماهنگ ساده، برای این که نوسانگر از مکان $x = \pm \frac{A}{2}$ به مکان $x = 0$ (وضعیت تعادل) برسد (و برعکس)، حداقل به مدت زمان $\frac{T}{12}$ نیاز است.



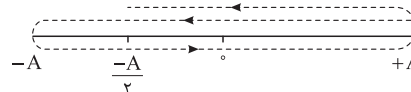
گام ۱ با مقایسه معادله مکان - زمان نوسانگر با فرم کلی معادله مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده، می‌توانیم بنویسیم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{x = A \cos \frac{16\pi}{3} t} \omega = \frac{16\pi}{3} rad/s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega = \frac{16\pi}{3} rad/s} \frac{16\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{3}{8} s$$

گام ۲ حالا $5/8$ ثانیه اول حرکت را برحسب دوره تناوب نوسانگر به دست می‌آوریم تا بتوانیم حرکت نوسانگر در این مدت زمان را بررسی کنیم.

$$\frac{t}{T} = \frac{5/8}{3/8} = \frac{5}{3} \Rightarrow t = \frac{5}{3} T = T + \frac{T}{3} = T + \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$$



گام ۳ در آخر با توجه به شکلی که رسم کردیم، نسبت تندی متوسط نوسانگر به بزرگی سرعت متوسط آن در این مدت زمان را به دست می‌آوریم:

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\frac{\ell}{\Delta t}}{\left| \frac{\Delta x}{\Delta t} \right|} = \frac{\ell}{|\Delta x|} = \frac{4A + A + \frac{A}{2}}{\left| -\frac{A}{2} - A \right|} = \frac{\frac{11}{2}A}{\frac{3}{2}A} = \frac{11}{3}$$

۵۳ - گزینه ۲

درس نامه انرژی مکانیکی سامانه جرم - فنر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{1}{2} k A^2$$

↑
ثابت فنر (N/m)
↓
دامنه (m)

ثابت فنر (k) و دامنه نوسان (A) تغییری نکرده‌اند، پس طبق رابطه $E = \frac{1}{2} k A^2$ ، انرژی مکانیکی سامانه جرم - فنر در هر دو حالت یکسان و برابر با $8 J$ است.

۵۷- گزینه ۴

شفاف سازی عدد کوانتومی اولین و دومین خط طیف گسیلی اتم هیدروژن در رشته پاشن ($n' = 3$) به ترتیب برابر با $n_1 = 4$ و $n_2 = 5$ است.

درس نامه ۱ طول موج خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته، از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n > n'$$

ثابت ریذبرگ
شماره رشته

در این رابطه، طول موج (λ) برحسب نانومتر (nm) است.
۲ اگر بخواهیم عدد کوانتومی (n) خط طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته (n') را با استفاده از شماره خط طیفی آن رشته به دست بیاوریم، به صورت زیر عمل می‌کنیم.
شماره خط طیفی $n = n' + 1$
مثلاً عدد کوانتومی (n) پنجمین خط طیف گسیلی اتم هیدروژن در رشته بالمر ($n' = 2$) برابر است با:
 $n = 2 + 5 = 7$

با توجه به توضیحاتی که در کادر شفاف‌سازی دادیم، طول موج اولین و دومین خط طیف گسیلی اتم هیدروژن در رشته پاشن ($n' = 3$) را با استفاده از معادله ریذبرگ به دست می‌آوریم.

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) = \frac{7}{144} R \Rightarrow \lambda_1 = \frac{144}{7} R$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} \right) = \frac{16}{225} R \Rightarrow \lambda_2 = \frac{225}{16} R$$

سؤال از ما نسبت $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ را می‌خواهد. ما هم این نسبت را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{144}{7} R}{\frac{225}{16} R} = \frac{256}{175}$$

۵۸- گزینه ۱

درس نامه ۱ انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدار n ام:

$$E_n = \frac{-13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

شماره مدار الکترون

۲ در اتم هیدروژن وقتی الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کم‌تر (E_L) می‌رود، یک فوتون گسیل می‌شود. انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است.
 $E_{\text{فوتون}} = E_U - E_L$

۳ بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در اثر فوتوالکتریک:
 $K_{\text{max}} = E_{\text{فوتون}} - W_0$
تابع کار فلز (J)

گام ۱ ابتدا انرژی فوتون فرودی را با استفاده از اختلاف انرژی بین دو تراز $n = 4$ و $n' = 1$ محاسبه می‌کنیم.

$$E_{\text{فوتون}} = E_4 - E_1 = -\frac{13.6}{4^2} - \left(-\frac{13.6}{1^2} \right) = 13.6 - 0.85 = 12.75 \text{ eV}$$

گام ۲ حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه زیر، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی از فلز را به دست می‌آوریم.

$$K_{\text{max}} = E_{\text{فوتون}} - W_0 = \frac{E_{\text{فوتون}}}{W_0} = \frac{12.75 \text{ eV}}{5/2 \text{ eV}} \Rightarrow K_{\text{max}} = 12.75 - 2.5 = 10.25 \text{ eV}$$

۵۹- گزینه ۳

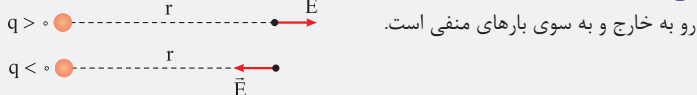
استراتژی ۱ میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه A مشخص کنید و برابری آن‌ها را به دست بیاورید.

۲ با معلوم‌بودن بزرگی میدان الکتریکی در نقطه A، میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 و اندازه بار آن را محاسبه کنید.

درس نامه ۱ اندازه میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار q در فاصله r از آن:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \rightarrow \text{بار الکتریکی (C)} \leftarrow \text{فاصله (m)} \rightarrow \text{ثابت کولن } \left(\frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \right)$$

۲ جهت میدان الکتریکی، از بارهای مثبت



رو به خارج و به سوی بارهای منفی است.

گام ۱ بزرگی میدان‌های الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 در نقطه A را به دست می‌آوریم.

$$E_r = k \frac{|q_r|}{r_r^2}$$

$$k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}, r_r = 3 \text{ cm} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\frac{k}{|q_r|} = \frac{9 \times 10^9}{4 \mu\text{C} = 4 \times 10^{-6} \text{ C}} \rightarrow E_r = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{9 \times 4 \times 10^9}{9 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^5 \text{ N/C}$$

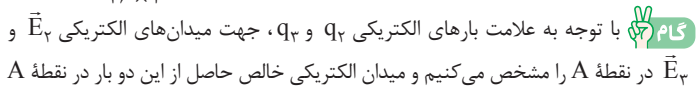
$$E_r = k \frac{|q_r|}{r_r^2}$$

$$k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}, r_r = 6 \text{ cm} = 6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\frac{k}{|q_r|} = \frac{9 \times 10^9}{4 \mu\text{C} = 4 \times 10^{-6} \text{ C}} \rightarrow E_r = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{9 \times 4 \times 10^9}{36 \times 10^{-2}} = 10^5 \text{ N/C}$$

گام ۲ با توجه به علامت بارهای الکتریکی q_1 و q_2 ، جهت میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_r$ و $\vec{E}_2$ در نقطه A را مشخص می‌کنیم و میدان الکتریکی خالص حاصل از این دو بار در نقطه A را محاسبه می‌کنیم.



$$E_{r,2} = E_r - E_2 = 4 \times 10^5 - 10^5 = 3 \times 10^5 \text{ N/C}$$

گام ۳ میدان الکتریکی $\vec{E}_1$ در نقطه A عمود بر $\vec{E}_{r,2}$ است؛ بنابراین داریم:

$$E_A = \sqrt{E_{r,2}^2 + E_1^2} = \sqrt{(3 \times 10^5)^2 + (10^5)^2} = 5 \times 10^5 \text{ N/C}$$

با توجه به رابطه ریاضی $\Delta k = \sqrt{(rk)^2 + (rk)^2}$ مقدار E_1 را سریع محاسبه می‌کنیم.

$$E_1 = 4 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

گام ۴ حالا با داشتن بزرگی E_1 و معلوم‌بودن فاصله بار q_1 تا نقطه A، اندازه بار q_1 را به دست می‌آوریم.

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow 4 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1|}{(6 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow 4 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1|}{36 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow |q_1| = 16 \times 10^{-6} \text{ C} = 16 \mu\text{C}$$

تله اگر بدون توجه به جهت میدان‌های الکتریکی E_1 و $E_{r,2}$ ، آن‌ها را جمع جبری کنیم، گزینه نادرست ۱ به دست می‌آید.

۶۰- گزینه ۴

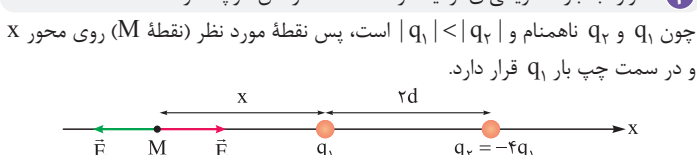
شفاف سازی وقتی می‌گوییم میدان الکتریکی خالص ناشی از دو ذره باردار در نقطه‌ای صفر است، یعنی بردارهای میدان‌های الکتریکی ناشی از این دو بار در نقطه مورد نظر، هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند.

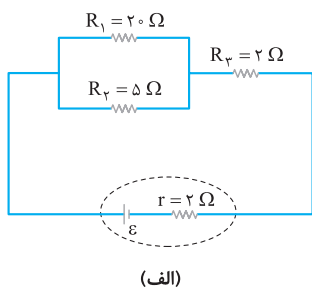
درس نامه اگر دو ذره باردار q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار داشته باشند و بخواهیم نقطه‌ای را روی خط واصل دو بار یا امتداد آن تعیین کنیم به طوری که میدان الکتریکی خالص ناشی از این دو ذره باردار در آن جا صفر باشد، نقطه مورد نظر:

۱ در صورتی که q_1 و q_2 همنام باشند، بین آن دو و اگر ناهمنام باشند، خارج از فاصله بین آن دو قرار می‌گیرد.

۲ همواره به بار الکتریکی‌ای نزدیک‌تر است که اندازه آن کوچک‌تر است.

چون q_1 و q_2 ناهمنام و $|q_1| < |q_2|$ است، پس نقطه مورد نظر (نقطه M) روی محور x و در سمت چپ بار q_1 قرار دارد.





گام ۲ مقاومت معادل و جریان الکتریکی گذرنده از باتری (مولد) را در حالتی که کلید باز است (شکل (الف))، به دست می‌آوریم. (در این حالت مقاومت 6Ω از مدار خارج می‌شود.) چون R_1 و R_2 موازی هستند، پس مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \times 2}{20 + 2} = 4 \Omega$$

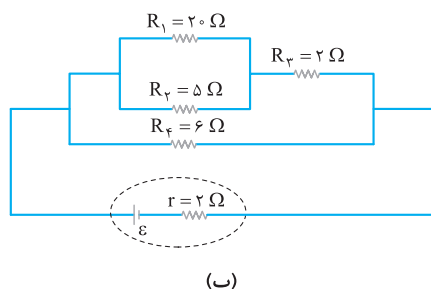
هم‌چنین $R_{1,2}$ و R_3 متوالی هستند؛ بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = R_{1,2} + R_3 = 4 + 2 = 6 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{6 + 2} = \frac{\varepsilon}{8}$$

گام ۳ مقاومت معادل و جریان الکتریکی گذرنده از باتری (مولد) را در حالتی که کلید بسته است (شکل (ب))، به دست می‌آوریم. با توجه به محاسبات گام اول، مقاومت معادل بین R_1 ، R_2 و R_3 برابر با 6Ω است.

چون $R_{1,2,3}$ و R_4 به صورت موازی به هم وصل شده‌اند، مقاومت معادل کل مدار برابر است با:



$$R'_{eq} = \frac{R_{1,2,3} \times R_4}{R_{1,2,3} + R_4} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3 \Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{3 + 2} = \frac{\varepsilon}{5}$$

گام ۴ حالا خواسته سؤال، یعنی نسبت توان خروجی باتری در حالت دوم (کلید بسته) به حالت اول (کلید باز) را به دست می‌آوریم.

$$\frac{P'}{P} = \frac{R'_{eq} \times I'^2}{R_{eq} \times I^2} = \frac{R'_{eq} \times \left(\frac{\varepsilon}{5}\right)^2}{R_{eq} \times \left(\frac{\varepsilon}{8}\right)^2} \Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{64}{25} = 2.56$$

$$\Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{64}{25} = 2.56$$

$$\frac{P' - P}{P} \times 100 = \frac{1/28 \times P - P}{P} \times 100 = -78.57\%$$

پس توان خروجی باتری ۷۸ درصد افزایش می‌یابد.

۶۳- گزینه ۱

درس نامه توان مصرفی مقاومت الکتریکی: اختلاف پتانسیل (V) و جریان (A) $P = R I^2 = \frac{V^2}{R}$ (مقاومت (Ω))

گام ۱ در حالتی که دو مقاومت الکتریکی به تنهایی به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل می‌شوند، نسبت توان مصرفی آن‌ها معلوم است؛ بنابراین می‌توانیم نسبت مقاومت‌های آن‌ها را پیدا کنیم.

$$P_A = 2P_B \Rightarrow \frac{V^2}{R_A} = 2 \times \frac{V^2}{R_B} \Rightarrow R_B = 2R_A$$

حالا اندازه میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ را برابر با یکدیگر قرار می‌دهیم تا مقدار x به دست بیاید.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{r_1^2} = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{4}{(x+2d)^2} = \frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{x+2d} \Rightarrow 2x = x+2d \Rightarrow x = 2d$$

سؤال از ما فاصله نقطه M از بار q_2 (یعنی r_2) را می‌خواهد که ما آن را به دست می‌آوریم.

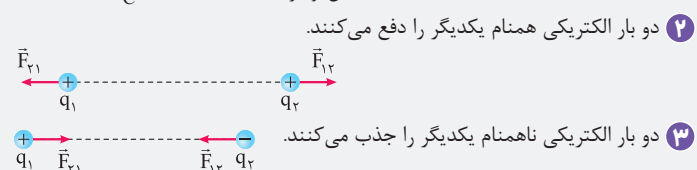
$$r_2 = x + 2d \xrightarrow{x=2d} r_2 = 2d + 2d = 4d$$

تله اگر حواسمان نباشد و فکر کنیم سؤال از ما فاصله نقطه M از بار q_1 را می‌خواهد، به گزینه نادرست (۲) می‌رسیم.

۶۴- گزینه ۲

درس نامه ۱ قانون کولن: بار الکتریکی $(C)^+$ بار الکتریکی $(C)^-$ اندازه نیروی الکتریکی (N) $F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ ثابت کولن $(\frac{N.m^2}{C^2})$ فاصله بین دو بار (m)

۲ دو بار الکتریکی همنام یکدیگر را دفع می‌کنند. $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{21}$ دو بار الکتریکی ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند. $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{21}$



گام ۱ مربعی به ضلع d و قطر $\sqrt{2}d$ در نظر می‌گیریم و براساس توضیحات متن سؤال، بارهای الکتریکی را روی شکل نشان می‌دهیم. چون هر سه ذره بار الکتریکی یکسانی دارند، اندازه هر یک را با q نشان داده‌ایم.

گام ۲ با استفاده از قانون کولن، نسبت بزرگی نیروی $\vec{F}_{12}$ به بزرگی نیروی $\vec{F}_{23}$ را به دست می‌آوریم:

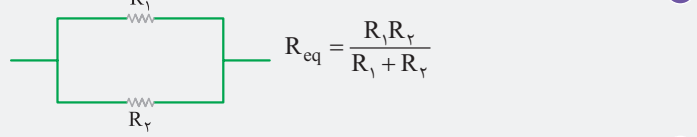
$$\frac{F_{12}}{F_{23}} = \frac{k \frac{|q_1||q_2|}{d^2}}{k \frac{|q_2||q_3|}{(\sqrt{2}d)^2}} \xrightarrow{|q_1|=|q_2|} \frac{F_{12}}{F_{23}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

مشاوره نکته عجیب و تاحدی نامناسب که در کنکور نوبت اول ۱۴۰۳ رشته ریاضی به چشم می‌خورد، این است که هر سه سؤال مربوط به فصل الکترواستاتیست ساکن، از نیمه اول فصل مطرح شده‌اند.

۶۵- گزینه ۳

درس نامه ۱ مقاومت معادل دو مقاومت متوالی: $R_{eq} = R_1 + R_2$

۲ مقاومت معادل دو مقاومت موازی: $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$



۳ جریان خروجی از باتری: نیروی محرکه مولد (V) $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$

۴ توان الکتریکی مصرفی در مقاومت معادل مدار برابر با توان خروجی (مفید) مولد است. $P = R_{eq} \times I^2$

گام ۴ در آخر با توجه به یکسان بودن جریان عبوری از هر دو باتری، نسبت توان‌های خواسته‌شده را پیدا می‌کنیم.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\varepsilon_2 I - r_2 I^2}{\varepsilon_1 I + r_1 I^2} = \frac{\varepsilon_2 - r_2 I}{\varepsilon_1 + r_1 I} = \frac{12 - 1 \times 1/2}{6 + 2 \times 1/2} = \frac{10/2}{8/2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{9}{4}$$

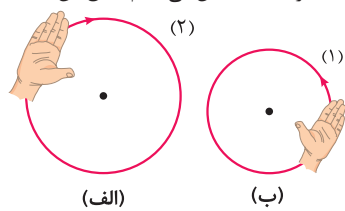
۶۵ - گزینه ۲

درس نامه اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک:

$$F_B = |q| v B \sin \theta$$

تندی (m/s) $\vec{v}$ و $\vec{B}$ زاویه بین $\vec{B}$ و $\vec{v}$
اندازه میدان مغناطیسی (T) $\vec{B}$
اندازه بار الکتریکی (C) q

برای تعیین جهت این نیرو، از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت بار مثبت ($\vec{v}$) قرار بدهیم به طوری که وقتی آن را خم می‌کنیم در جهت $\vec{B}$ قرار بگیرد، آن‌گاه انگشت شستمان جهت $\vec{F}$ را نشان می‌دهد. توجه کنید که نیروی وارد بر بار منفی در خلاف جهت نیروی وارد بر بار مثبت است. نوع بار الکتریکی هر دو ذره را با استفاده از قاعده دست راست مشخص می‌کنیم. طبق این قاعده،



اگر چهار انگشت دست راستمان را در جهت حرکت ذره قرار بدهیم به طوری که وقتی آن‌ها را خم می‌کنیم در جهت میدان مغناطیسی قرار بگیرد، آن‌گاه انگشت شستمان جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را نشان می‌دهد. اگر این سه جهت با دست راست جور دربیاید، بار الکتریکی ذره منفی است. در شکل داده‌شده، دو ذره در میدان مغناطیسی یکنواخت و بر روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کنند، پس نیروی مغناطیسی، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند؛ بنابراین انگشت شستمان در قاعده دست راست باید به سمت مرکز دایره باشد. همان‌طور که در شکل‌های (الف) و (ب) می‌بینید، قاعده دست راست برای q_2 با دست راست و برای q_1 با دست چپ جور درمی‌آید؛ پس نوع بار الکتریکی q_2 مثبت و نوع بار الکتریکی q_1 منفی است.

۱ و ۴؛ پُر!

همان‌طور که گفتیم، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند؛ بنابراین با توجه به این‌که شعاع مسیر دایره‌ای ذره (۲) بزرگ‌تر از ذره (۱) ($r_2 > r_1$) و میدان مغناطیسی آن‌ها یکسان و جرم و تندی آن‌ها با هم برابر است، می‌توانیم بنویسیم:

$$F = \frac{mv^2}{r} \quad \frac{F = |q|vB \sin \theta}{\theta = 90^\circ} \Rightarrow |q|vB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{|q|B}$$

$$\frac{\text{یکسان } B, v, m}{r_2 > r_1} \rightarrow |q_1| > |q_2|$$

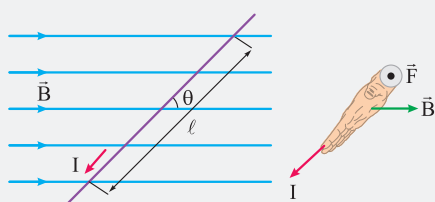
۶۶ - گزینه ۳

درس نامه ۱ قاعده دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی:

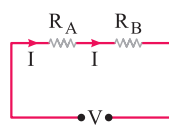
مطابق شکل زیر، اگر چهار انگشت باز دست راست را در جهت جریان در سیم قرار دهیم به طوری که بردار میدان مغناطیسی از کف دستمان خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را نشان می‌دهد.

۲ اگر طول ℓ از میله‌ای که حامل جریان I است، در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار گرفته باشد، اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر این میله از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$F = I \ell B \sin \theta \rightarrow \vec{B} \text{ و } I \text{ زاویه بین } I \text{ و } \vec{B}$$



گام ۴ در حالتی که دو مقاومت به صورت متوالی به هم بسته می‌شوند، نسبت توان مصرفی مقاومت R_A به توان مصرفی مقاومت R_B را حساب می‌کنیم.



$$\frac{P'_A}{P'_B} = \frac{R_A I^2}{R_B I^2} = \frac{R_A}{R_B} \xrightarrow{R_B = 2R_A} \frac{P'_A}{P'_B} = \frac{R_A}{2R_A} = \frac{1}{2}$$

تله اگر در گام اول، نسبت بین R_A و R_B را به صورت برعکس به دست بیاوریم، به ۳ می‌رسیم.

۶۴ - گزینه ۴

استراتژی با توجه به این‌که باتری (۲) از نوع تولیدکننده و باتری (۱) از نوع مصرف‌کننده است و با داشتن عدد ولت‌سنج، جریان الکتریکی مدار را حساب کنید، سپس نیروی محرکه باتری مصرف‌کننده (ε_1) را به دست آورید. در پایان، با توجه به یکسان بودن جریان عبوری از هر دو باتری، نسبت توان‌های خواسته‌شده را پیدا کنید.

درس نامه ۱ قانون اختلاف پتانسیل‌ها:

در هر حلقه بسته، مجموع جبری اختلاف پتانسیل‌ها صفر است.

$$\sum V = 0 \Rightarrow \sum \varepsilon - \sum RI = 0$$

در به کار بردن این قانون به نکات زیر توجه کنید:

- یک جهت چرخش اختیاری در نظر می‌گیریم.
- جهت جریان را در هر حلقه به دلخواه انتخاب می‌کنیم.
- برای نوشتن ε ها، با توجه به چرخش در مدار، اگر از پایانه مثبت باتری خارج شویم، نیروی محرکه باتری را مثبت ($+\varepsilon$) و اگر از پایانه منفی باتری خارج شویم، نیروی محرکه باتری را منفی ($-\varepsilon$) در نظر می‌گیریم.

۴ برای نوشتن RI ها، اگر در جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، چون پتانسیل الکتریکی در حال کاهش است، RI را منفی ($-RI$) و اگر در خلاف جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، چون پتانسیل الکتریکی در حال افزایش است، RI را مثبت ($+RI$) در نظر می‌گیریم. اگر علامت جریان مثبت به دست آمد، یعنی جهت انتخابی درست است و اگر منفی به دست آمد، فقط جهت جریان را در شاخه مورد نظر برعکس می‌کنیم.

۲ توان خروجی باتری:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = \varepsilon I - r I^2$$

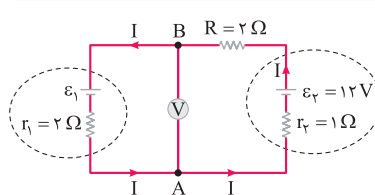
مقاومت درونی مولد (Ω) r
نیروی محرکه الکتریکی (V) ε
جریان (A) I

۳ توان ورودی باتری:

$$P_{\text{ورودی باتری}} = \varepsilon I + r I^2$$

مقاومت درونی مولد (Ω) r
نیروی محرکه الکتریکی (V) ε
جریان (A) I

گام ۴ با توجه به این‌که باتری ۲ توان خروجی دارد، جهت جریان را روی مدار مشخص می‌کنیم.



نکته مقاومت الکتریکی ولت‌سنج آرمانی، بی‌نهایت است و از شاخه‌ای که ولت‌سنج آرمانی در آن قرار دارد، جریان عبور نمی‌کند.

گام ۴ با استفاده از اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B، در جهت جریان از نقطه A به طرف B می‌رویم و جریان الکتریکی مدار را محاسبه می‌کنیم.

$$V_A - I r_1 + \varepsilon_1 - I R - I r_2 = V_B \Rightarrow -I \times 2 + 12 - I \times 2 = V_B - V_A \Rightarrow -3I + 12 = 8/4 \Rightarrow 3I = 3/2 \Rightarrow I = 1/2 \text{ A}$$

گام ۴ حالا در جهت جریان از نقطه B به طرف نقطه A می‌رویم و ε_1 را به دست می‌آوریم.

$$V_B - \varepsilon_1 - I r_1 = V_A \Rightarrow V_B - V_A = \varepsilon_1 + I r_1 \Rightarrow 8/4 = \varepsilon_1 + 1/2 \times 2 \Rightarrow \varepsilon_1 = 8/4 - 2/4 \Rightarrow \varepsilon_1 = 6 \text{ V}$$

گام ۵ با داشتن بیشینه انرژی ذخیره شده در سیم لوله، ضریب القاوری را به دست می آوریم.

$$U_m = \frac{1}{2} L I_m^2 \Rightarrow 5 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} L \times 5^2 \Rightarrow L = 4 \times 10^{-4} \text{ H}$$

گام ۶ حالا تعداد حلقه های سیم لوله را به دست می آوریم.

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} \Rightarrow 4 \times 10^{-4} = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{N^2 \times 20 \times 10^{-4}}{6 / 28 \times 10^{-2}}$$

$$\frac{\pi \times 3 / 14}{1} \rightarrow N^2 = \frac{4 \times 10^{-4} \times 6 / 28 \times 10^{-2}}{4\pi \times 10^{-7} \times 20 \times 10^{-4}} = \frac{10^{-6}}{10^{-10}} = 10^4 \Rightarrow N = 100$$

۶۹- گزینه ۱

هر دو ذره α و β با یک تندی و در یک جهت وارد میدان مغناطیسی یکنواخت می شوند و نیروی مغناطیسی وارد بر آن ها نیروی مرکزگرای آن ها را تأمین می کند؛ بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$F = \frac{mv^2}{r} \xrightarrow{F=q|vB\sin\theta} |q|vB\sin\theta = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{|q|B\sin\theta}$$

با توجه به رابطه بالا، چون اندازه میدان مغناطیسی اعمال شده بر هر دو ذره α و β ، تندی و θ آن ها یکسان ولی جرم ذره β خیلی کمتر از جرم ذره α است، پس شعاع انحنای ذره β کوچک تر است. توجه کنید که آن قدر جرم ذره α سنگین تر است که دو برابر بودن اندازه بار آن نسبت به بار β به چشم نمی آید.

مشاوره معمولاً هر سال حداقل یک سؤال با ایده خاص در کنکور داریم. این سؤال هم از این جور سؤال هاست.

۷۰- گزینه ۲

درس نامه ۱ چگالی؛ نسبت جرم ماده به حجم آن را چگالی می گویم.

$$\rho = \frac{m \rightarrow (\text{kg})}{V \rightarrow (\text{m}^3) \text{ حجم}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

۲ چگالی مخلوط دو ماده:

گام ۱ ابتدا با توجه به نمودار داده شده، چگالی هر یک از مایع ها را به دست می آوریم.

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \xrightarrow{m_A=12 \text{ g}, V_A=10 \text{ cm}^3} \rho_A = \frac{12}{10} = 1.2 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \xrightarrow{m_B=12 \text{ g}, V_B=5 \text{ cm}^3} \rho_B = \frac{12}{5} = 2.4 \text{ g/cm}^3$$

گام ۲ حالا می توانیم چگالی مخلوط را در صورتی که جرم مساوی از این دو مایع را استفاده کنیم، محاسبه کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

$$\xrightarrow{m_A=m_B=m} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{2m}{\frac{m}{1.2} + \frac{m}{2.4}} = \frac{2m}{\frac{2}{1.2} + \frac{1}{2.4}} = \frac{2m}{\frac{4}{1.2}} = 1.6 \text{ g/cm}^3$$

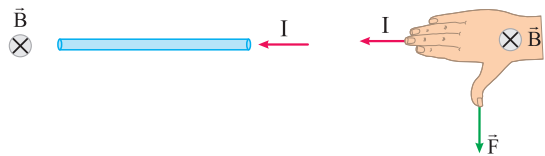
۷۱- گزینه ۳

درس نامه اگر چند مایع مخلوط نشدنی در یک لوله U شکل قرار داشته باشند و از هر دو طرف با هوای آزاد در ارتباط باشند، طبق اصل هم فشاری در نقاط هم تراز در یک مایع، رابطه زیر برقرار است:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3$$

در این رابطه مهم این است که یکاهای چگالی ها یکسان و یکاهای ارتفاع ها یکسان باشند. مثلاً ممکن است چگالی ها را بر حسب kg/m^3 قرار بدهیم، در حالی که ارتفاع ها بر حسب cm باشند.

گام ۱ ابتدا مطابق شکل زیر، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را به کمک قاعده دست راست تعیین می کنیم. همان طور که می بینید، این جهت به سمت پایین است.



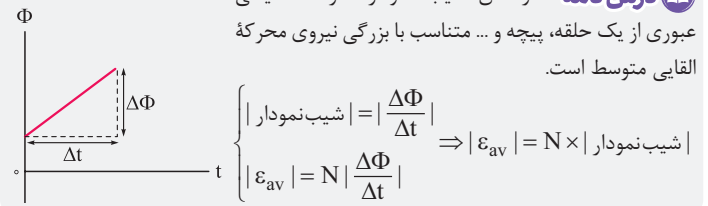
گام ۲ حالا با جای گذاری داده ها در رابطه زیر، اندازه این نیرو را به دست می آوریم.

$$F = I l B \sin \theta \xrightarrow{\substack{I=2 \text{ A}, \ell=2 \text{ m} \\ B=0.45 \times 10^{-4} \text{ T}}} F = 2 \times 2 \times 0.45 \times 10^{-4} \times \sin 90^\circ = 1.8 \times 10^{-4} \text{ N}$$

۶۷- گزینه ۱

درس نامه قدرمطلق شیب نمودار شار مغناطیسی

عبوری از یک حلقه، پیچ و ... متناسب با بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط است.

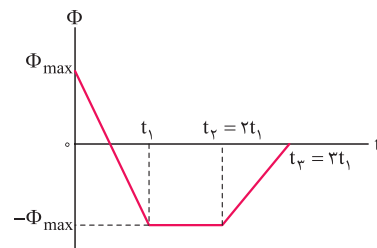


گام ۱ قدرمطلق شیب نمودار را در هر قسمت به دست می آوریم.

$$t_1 \text{ اندازه شیب نمودار: } \left| \frac{-\Phi_{\text{max}} - \Phi_{\text{max}}}{t_1} \right| = \frac{2\Phi_{\text{max}}}{t_1}$$

$$t_2 \text{ اندازه شیب نمودار: } \left| \frac{0 - (-\Phi_{\text{max}})}{t_2} \right| = \frac{\Phi_{\text{max}}}{t_2}$$

$$t_3 \text{ اندازه شیب نمودار: } \left| \frac{0 - (-\Phi_{\text{max}})}{t_3 - t_2} \right| = \frac{\Phi_{\text{max}}}{t_3 - t_2} = \frac{\Phi_{\text{max}}}{t_1}$$



گام ۲ با توجه به این که قدرمطلق شیب نمودار $\Phi - t$ متناسب با بزرگی نیروی محرکه القایی است، داریم:

$$\varepsilon_2 = 0 \text{ و } \left| \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \right| = \frac{\frac{2\Phi_{\text{max}}}{t_1}}{\frac{\Phi_{\text{max}}}{t_1}} = 2 \Rightarrow |\varepsilon_1| = 2 |\varepsilon_3|$$

۶۸- گزینه ۴

درس نامه ۱ معادله جریان متناسب سینوسی:

$$i = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{\text{دوره}}$$

ضریب القاوری (H)

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \rightarrow (A) \text{ جریان الکتریکی}$$

تعداد حلقه ها

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} \rightarrow (m^2) \text{ سطح مقطع}, A = \pi r^2 \rightarrow (m) \text{ شعاع}$$

۲ انرژی ذخیره شده در القاگر:

۳ ضریب القاوری سیم لوله آرمانی و بدون هسته:

شفاف سازی با مقایسه فرم کلی معادله جریان متناوب سینوسی با معادله داده شده در صورت سؤال، متوجه می شویم که $I_m = 5 \text{ A}$ است.

گزینه ۲ - ۷۴

درسنامه ۱ گرمای لازم برای تغییر دما:

$$Q = mc\Delta T \quad \text{و} \quad \Delta T = \Delta\theta$$

تغییرات دما بر حسب درجه سلسیوس $\rightarrow \Delta T = \Delta\theta$ و تغییرات دما بر حسب کلوین

جرم جسم (kg) $\uparrow$ گرمای ویژه جسم (J/kg.K) $\downarrow$ گرمای نهان ذوب جسم (J/kg) $\uparrow$ گرمای نهان تبخیر مایع (J/kg) $\uparrow$ جرم بخار (kg) $\downarrow$ جرم جسم (kg)

۲ گرمای لازم برای تغییر حالت از جامد به مایع:

$$Q = mL_F$$

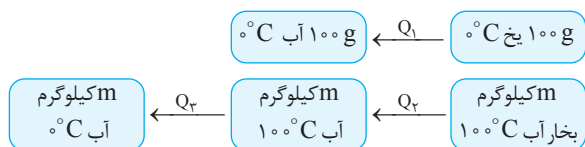
۳ گرمای لازم برای تغییر حالت از بخار به مایع:

$$Q = -mL_V$$

۴ طبق قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله شده تا رسیدن به حالت تعادل، برابر با صفر است.

وقتی مقداری بخار آب 100°C را وارد محفظه حاوی 100°C گرم یخ با دمای صفر درجه سلسیوس می‌کنیم، یخ گرما می‌گیرد و بخار آب گرما از دست می‌دهد. همچنین در این آزمایش، محفظه 6540 J گرما می‌گیرد و در نهایت همگی در دمای صفر درجه سلسیوس به تعادل می‌رسند. (پهن سوال حداقل ۳ رقم بکار آید رو فواسته.)

دو طرحواره زیر را ببینید:



طبق قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله شده تا رسیدن به حالت تعادل برابر با صفر است. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_{\text{محفظة}} = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} L_F - m_{\text{بخار آب}} L_V + m_{\text{بخار آب}} c \Delta\theta + Q_{\text{محفظة}} = 0$$

$$\Rightarrow 100 \times 10^{-3} \times 336000 - m_{\text{بخار آب}} \times 2256000 + m_{\text{بخار آب}} \times 4200 \times (0 - 100) + 6540 = 0$$

$$\Rightarrow 267600 m_{\text{بخار آب}} = 40140$$

$$\Rightarrow m_{\text{بخار آب}} = 15 \times 10^{-3} \text{ kg} = 15 \text{ g}$$

گزینه ۲ - ۷۵

درسنامه ۱ با توجه به معادله حالت گاز کامل ($PV = nRT$)، برای مقایسه دو حالت مختلف، رابطه کلی زیر را در نظر بگیرید و هر کمیتی را که در سوال ثابت فرض شده بود، از طرفین این رابطه حذف کنید.

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

فشار $\uparrow$ حجم $\uparrow$ دما (K) تعداد مول $\downarrow$

گام ۱ در حالت اول، فشار گاز زیر پیستون برابر با مجموع فشار هوا و فشار ناشی از وزن پیستون قرار گرفته در بالای گاز است. فشار و حجم گاز در این حالت را به دست می‌آوریم.

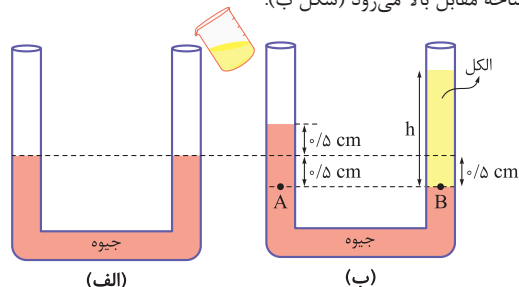
$$P_1 = \frac{W_1}{A} + P_0 \quad \frac{W_1 = 40 \text{ N}}{P_0 = 1.05 \text{ Pa}} \rightarrow P_1 = \frac{40}{A} + 1.05, \quad V_1 = Ah_1 = 26 \times 10^{-2} \text{ A}$$

گام ۲ فشار و حجم گاز در حالت دوم را که وزنه‌ای روی آن قرار داده‌ایم نیز محاسبه می‌کنیم.

$$P_2 = \frac{W_2}{A} + P_0 \quad \frac{W_2 = W_1 + 80 = 40 + 80 = 120 \text{ N}}{P_0 = 1.05 \text{ Pa}} \rightarrow P_2 = \frac{120}{A} + 1.05$$

$$V_2 = Ah_2 = 22 \times 10^{-2} \text{ A}$$

شکل (الف) لوله U شکل حاوی جیوه را نشان می‌دهد که در یکی از شاخه‌های آن الکل می‌ریزیم. وقتی الکل را درون یکی از شاخه‌های آن اضافه می‌کنیم، تعادل جیوه به هم می‌خورد و چون سطح مقطع هر دو شاخه یکسان است، پس ارتفاعی که در این شاخه پایین می‌آید، در شاخه مقابل بالا می‌رود (شکل ب).



در شکل (ب)، فشار نقاط A و B با هم برابر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} + P_0 = \rho_{\text{الکل}} gh_{\text{الکل}} + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{الکل}} h_{\text{الکل}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\frac{\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \text{ g/cm}^3}{h_{\text{جیوه}} = 1 \text{ cm}, \rho_{\text{الکل}} = 0.8 \text{ g/cm}^3} \rightarrow 13.6 \times 1 = 0.8 h_{\text{الکل}} \Rightarrow h_{\text{الکل}} = 17 \text{ cm}$$

سوال از ما حجم الکل اضافه شده را می‌خواهد که ما آن را به راحتی می‌توانیم به دست بیاوریم.

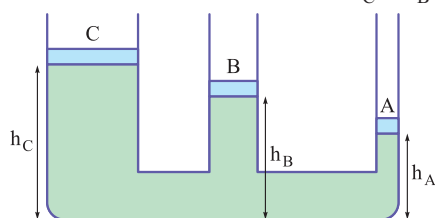
$$V_{\text{الکل}} = Ah_{\text{الکل}} \quad \frac{A = 2 \text{ cm}^2}{h_{\text{الکل}} = 17 \text{ cm}} \rightarrow V_{\text{الکل}} = 2 \times 17 = 34 \text{ cm}^3$$

گزینه ۱ - ۷۲

درسنامه فشار، نیرویی که به طور عمود بر سطحی وارد می‌شود، فشار ایجاد می‌کند و رابطه آن به صورت مقابل است.

$$P = \frac{F}{A} \rightarrow \text{نیروی عمودی (N)} \quad \text{مساحت (m}^2\text{)} \quad \text{فشار (Pa)}$$

جرم وزنه‌ها یکسان و سطح مقطع پیستون‌ها متفاوت است. طبق رابطه $P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$ ، پیستونی که سطح مقطع آن کوچک‌تر است، فشار بیشتری ایجاد می‌کند. پس $P_A > P_B > P_C$ و در نتیجه $h_C > h_B > h_A$ است.



گزینه ۴ - ۷۳

درسنامه ۱ کار کل: به جمع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم، کار کل می‌گوییم.

$$W_t = W_1 + W_2 + \dots$$

۲ کار نیروی وزن:

$$W = \pm mgh$$

شتاب گرانش (m/s^2) $\rightarrow$ جرم جسم (kg) $\rightarrow$ ارتفاع (m) $\rightarrow$ کار (J)

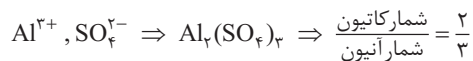
کار نیروی وزن به مسیر حرکت جسم بستگی ندارد و وابسته به تغییر ارتفاع جسم است.

قضیه کار - انرژی جنبشی را بین دو نقطه شروع و پایان مسیر می‌نویسیم و با استفاده از آن، کار نیروهای مقاوم روی جسم را به دست می‌آوریم.

$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{m = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}, v_1 = 4 \text{ m/s}, v_2 = 10 \text{ m/s}}{g = 10 \text{ m/s}^2, h = 10 \text{ m}} \rightarrow 0.1 \times 10 \times 10 + W_f = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (10^2 - 4^2) \Rightarrow 10 + W_f = 4/2 \Rightarrow W_f = -5/8 \text{ J}$$

گام ۴ نسبت شمار کاتیون به آنیون در آلومینیم سولفات را به دست می آوریم:



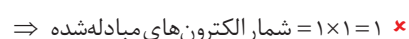
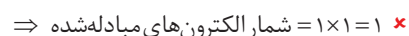
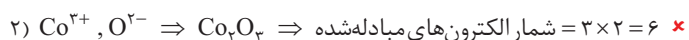
گام ۵ چک می کنیم که در تشکیل کدام ترکیب، شمار الکترون های مبادله شده، ۳ برابر نسبت شمار کاتیون به آنیون در آلومینیم سولفات است:

$$\text{شمار الکترون های مبادله شده} = 3 \times \frac{2}{3} = 2$$

نکته شمار الکترون های مبادله شده در تشکیل ترکیب های یونی را می توان از رابطه

زیر به دست آورد:

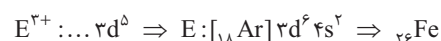
تعداد آنیون $\times$ قدرمطلق بار آنیون = تعداد کاتیون $\times$ بار کاتیون = شمار الکترون های مبادله شده
به عنوان نمونه، شمار الکترون های مبادله شده در تشکیل هر واحد فرمولی از Na_2O برابر با $1 \times 2 = 2$ است.



۷۷- گزینه ۲

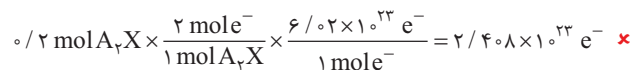
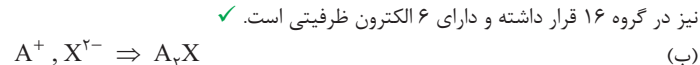
عبارت های «الف» و «ب» درست اند.

گام ۴ ابتدا به کمک آرایش الکترونی یون ها، باید ببینیم با چه عنصرهایی سروکار داریم:



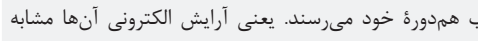
گام ۵ حالا می ریم سراغ بررسی عبارت ها:

(الف) بین دو عنصر A و E ، ۶ عنصر با عددهای اتمی ۲۰ تا ۲۵ وجود دارد. عنصر X نیز در گروه ۱۶ قرار داشته و دارای ۶ الکترون ظرفیتی است. ✓

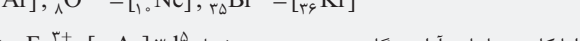


(پ) یون های X^{2-} و D^- به ترتیب به آرایش گاز نجیب هم دوره با عنصر سازنده شان (Ar و Kr) رسیده اند. اما در بین کاتیون ها، A^+ به آرایش گاز نجیب قبل از خود (Ar) رسیده است، در حالی که E^{3+} آرایش گاز نجیب را ندارد. ✓

نکته همه آنیون های پایدار جدول تناوبی (مثل F^- , Cl^- , O^{2-} , S^{2-} , P^{3-} و ...) به آرایش الکترونی گاز نجیب هم دوره خود می رسند. یعنی آرایش الکترونی آن ها مشابه آرایش الکترونی گاز نجیب پس از خود است:

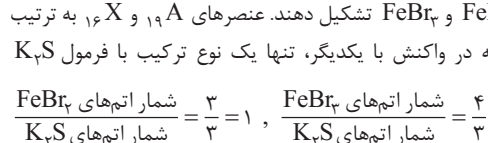


اما کاتیون ها با به آرایش گاز نجیب نمی رسند (مثل Fe^{3+} : $[\text{Ar}] 3\text{d}^5$) و یا به آرایش



(ت) E و D به ترتیب عنصرهای آهن و برم هستند که در واکنش با یکدیگر، می توانند دو ترکیب با فرمول های FeBr_3 و FeBr_2 تشکیل دهند. عنصرهای A و X به ترتیب

پتاسیم و گوگرد هستند که در واکنش با یکدیگر، تنها یک نوع ترکیب با فرمول K_2S تشکیل می دهند.



گام ۴ حالا با جای گذاری داده ها در رابطه زیر، سطح مقطع قاعده پیستون را پیدا می کنیم.

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \xrightarrow{n_1 = n_2} P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{A} + 10^{-5}\right) \times 26 \times 10^{-2} A = \left(\frac{1}{A} + 10^{-5}\right) \times 22 \times 10^{-2} A$$

$$\Rightarrow \frac{26 \times 40}{A} + 26 \times 10^{-5} = \frac{22 \times 40}{A} + 22 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \frac{40 \times 40}{A} = 4 \times 10^{-5} \Rightarrow A = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^2 = 40 \text{ cm}^2$$

شیمی

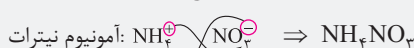
۷۶- گزینه ۱

درس نامه مراحل فرمول نویسی ترکیب های یونی:

- در سمت چپ، فرمول کاتیون و در سمت راست، فرمول آنیون را می نویسیم.
 - بار کاتیون را به عنوان زیروند آنیون و بار آنیون را به عنوان زیروند کاتیون قرار می دهیم. دقت کنید که در مورد یون های چنداتی باید از پرانتز استفاده کنیم و زیروند را بیرون پرانتز قرار دهیم. (زیروند، متعلق به همه اتم های داخل پرانتز است).
 - زیروندها را تا آن جا که ممکن است، ساده می کنیم و از نوشتن زیروند ۱ خودداری می کنیم.
- ♦ مهم ترین کاتیون ها و آنیون هایی که باید بلد باشیم، در جدول زیر آورده شده اند:

نام کاتیون	فرمول کاتیون
لیتیم، سدیم، پتاسیم، روبیدیم و سزیم (کاتیون های گروه ۱)	$\text{Li}^+, \text{Na}^+, \text{K}^+, \text{Rb}^+ \text{ و } \text{Cs}^+$
منیزیم، کلسیم، استرانسیم و باریوم (کاتیون های گروه ۲)	$\text{Mg}^{2+}, \text{Ca}^{2+}, \text{Sr}^{2+} \text{ و } \text{Ba}^{2+}$
آلومینیم و گالیوم (کاتیون های گروه ۱۳)	$\text{Al}^{3+} \text{ و } \text{Ga}^{3+}$
روی، کادمیم، اسکاندیم و نقره (کاتیون فلزهای واسطه تک ظرفیتی)	$\text{Zn}^{2+}, \text{Cd}^{2+}, \text{Sc}^{3+} \text{ و } \text{Ag}^+$
آهن، کروم، وانادیم (II) و (III) و مس (I) و (II) (کاتیون فلزهای واسطه چندظرفیتی)	$\text{Fe}^{2+} \text{ و } \text{Fe}^{3+} / \text{Cr}^{2+} \text{ و } \text{Cr}^{3+} \text{ و } \text{V}^{2+} \text{ و } \text{V}^{3+} / \text{Cu}^+ \text{ و } \text{Cu}^{2+}$
آمونیم	NH_4^+

نام آنیون	فرمول آنیون
فلوئورید، کلرید، برمید و یدید (هالیدها)	$\text{F}^-, \text{Cl}^-, \text{Br}^- \text{ و } \text{I}^-$
اکسید و سولفید	$\text{O}^{2-} \text{ و } \text{S}^{2-}$
نیتريد و فسفید	$\text{N}^{3-} \text{ و } \text{P}^{3-}$
نیترات و هیدروکسید سیانید و پرمنگنات استات (اتانوات) فرمات (متانوات) هیدروژن کربنات (آنیون های چنداتی با بار -۱)	$\text{NO}_3^- \text{ و } \text{OH}^-$ $\text{CN}^- \text{ و } \text{MnO}_4^-$ CH_3COO^- HCOO^- HCO_2^-
کربنات، سولفات (آنیون های چنداتی با بار -۲)	$\text{CO}_3^{2-} \text{ و } \text{SO}_4^{2-}$
فسفات	PO_4^{3-}
سیلیکات	SiO_4^{4-}



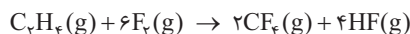
مثال:

مشاوره این سؤال مطرح شده در کنکور، اهمیت زیاد شکل‌ها و نمودارهای کتاب درسی رو نشون میده. پس برای خواندن شکل‌ها و نمودارهای کتاب درسی و تفسیر علمی مطالب اون‌ها، حسابی وقت بذار.

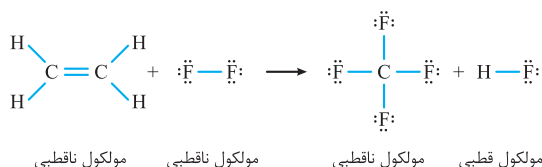


۸۰- گزینه ۱

ابتدا معادله واکنش و ساختار لوویس مولکول‌های موجود در آن و قطبیت آن‌ها را بررسی می‌کنیم:



هیدروژن فلوئورید کربن تترافلوئورید فلوئور اتن



حالا می‌ریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

۱) C_2H_4 و F_2 واکنش‌دهنده‌های واکنش مورد نظر هستند، در مولکول F_2 (قطبیت: $\delta^- - \delta^+$) همه اتم‌ها به آرایش گاز نجیب Ne و آرایش هشت‌تایی رسیده‌اند. در مولکول C_2H_4 هم، اتم‌های کربن و اتم‌های هیدروژن به ترتیب به آرایش گازهای نجیب Ne و He رسیده‌اند و به ترتیب هشت‌تایی و دوتایی شده‌اند، پس این عبارت درسته.

۲) اشتباه بگیرید. *مواستون باشه* در حد کتاب‌های درسی شما، در تشکیل مولکول‌ها، همه اتم‌ها به آرایش گاز نجیب می‌رسند (البته به‌جز رادیکال‌ها) و فقط اتم هیدروژن قاعده هشت‌تایی را رعایت نمی‌کند و به آرایش (دوتایی) گاز نجیب هلیوم می‌رسد.

۳) اتم کربن در همه ترکیب‌های خود فقط پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد و در هیچ ترکیبی به صورت یون تک‌اشاره باردار، وجود ندارد. پس در مولکول C_2H_4 اتم‌های کربن بار -2 ندارند بلکه عدد اکسایش آن‌ها -2 است.



نکته به طور کلی مولکول‌های δ اتمی با فرمول کلی AB_n که در آن‌ها اتم مرکزی الکترون ناپیوندی نداشته باشد، ناقطبی هستند؛ مانند CH_4 ، SiH_4 ، CCl_4 ، CF_4 ، ... یکی از فراورده‌های واکنش، یعنی مولکول CF_4 ناقطبی است ($\mu = 0$) یعنی در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

۴) با توجه به ساختار مولکول‌های CF_4 و C_2H_4 مولکول CF_4 دارای ۴ و مولکول C_2H_4 دارای ۶ جفت الکترون پیوندی است.

نکته برای شمارش تعداد جفت الکترون‌های پیوندی یا همان تعداد پیوندهای کووالانسی می‌توان از رابطه زیر هم استفاده کرد:

$$\frac{(\text{تعداد H} \times 1) + (\text{تعداد O} \times 2) + (\text{تعداد N} \times 3) + (\text{تعداد C} \times 4)}{2} = \text{تعداد جفت الکترون‌های پیوندی}$$

$$\text{تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در } C_2H_4 = \frac{(2 \times 4) + (4 \times 1)}{2} = 6$$

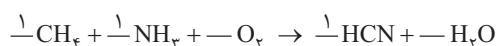
$$\text{تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در } CF_4 = \frac{4 + (4 \times 1)}{2} = 4$$



۸۱- گزینه ۴

مأم ابتدا موازنه اتم‌های C و N:

موازنه را از ترکیب HCN شروع کرده و به آن ضریب ۱ می‌دهیم و برای موازنه اتم‌های C و N، به ترتیب در سمت چپ معادله، برای CH_4 و NH_3 ضریب ۱ قرار می‌دهیم.



بنابراین در هیچ حالتی نسبت تعداد اتم‌های ترکیب حاصل از واکنش E با D، به تعداد اتم‌های ترکیب حاصل از واکنش A با X، نمی‌تواند برابر ۲ باشد. ✖

تیزبازی بچه‌ها در سؤال‌های موردی-الفبایی، برای بررسی عبارت‌ها، هوشمند عمل کنید. مثلاً در این سؤال با مشخص شدن درستی عبارت «الف»، با توجه به گزینه‌ها، فقط کافی بود عبارت «پ» یا «ت» رو بررسی می‌کردید تا به پاسخ درست برسید.



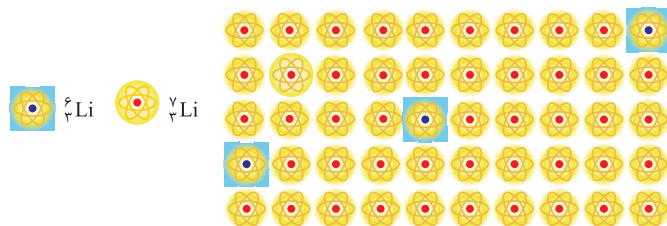
۷۸- گزینه ۴

عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) عنصر ماده‌ای است که از اتم‌های یکسان تشکیل شده است، نه ایزوتوپ‌های یکسان!

(ب) با توجه به متن کتاب درسی «از ۱۱۸ عنصر شناخته‌شده، تنها ۹۲ عنصر در طبیعت یافت می‌شود». از این‌رو حدود $\frac{92}{118} \times 100 \approx 78\%$ عنصرهای شناخته‌شده در طبیعت یافت می‌شوند.

(پ) با توجه به شکل کتاب درسی از 50 اتم لیتیم که در طبیعت یافت می‌شود، 3 تایی آن ${}^6Li$ (ایزوتوپ سبک) و 47 تایی آن ${}^7Li$ (ایزوتوپ سنگین) است. از این‌رو درصد فراوانی ایزوتوپ سبک اتم لیتیم برابر $\frac{3}{50} \times 100 = 6\%$ است.



(ت) اتم‌هایی که نسبت شمار نوترون به پروتون در هسته آن‌ها، برابر یا بیش از $1/5$ باشد، پرتوزا و ناپایدار هستند نه نسبت شمار پروتون به نوترون‌شون!

تیزبازی در این سؤال موردی - الفبایی هم با مشخص شدن نادرستی عبارت ساده «الف»، ۱ و ۲ حذف می‌شوند و با توجه به مشترک بودن عبارت «پ» در دو گزینه باقی‌مانده، درستی عبارت حفظی «پ» مشخص بوده و نیاز به بررسی ندارد و فقط کافی است یکی از عبارت‌های «ب» یا «ت» به دلخواه بررسی شود.



۷۹- گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها: ۱ انرژی گسیل شده از خورشید به سمت زمین خیلی زیاد است و زمین تنها مقداری از آن را بازتاب می‌کند.

۲ مولکول‌های CO_2 و H_2O که اثر گلخانه‌ای دارند، مقداری از گرمای بازتاب‌شده از سطح زمین را دوباره به سطح زمین برگشت می‌دهند (b)، اما سهم این پرتوهای برگشت داده شده به سطح زمین (b) کم‌تر از سهم گرمای گسیل شده از سطح زمین به خارج جو (a) است.



۳ بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به وسیله مولکول‌های هواکره جذب می‌شود (c) که نسبت به پرتوهای جذب‌شده توسط کره زمین (d) بسیار ناچیز است.

۴ گازهای گلخانه‌ای فقط مانع از خروج کامل گرمای تابش‌یافته از سطح زمین می‌شوند و بر میزان ورود انرژی تابشی پرتوهای خورشیدی به هواکره تأثیری ندارند.

بنابراین مقدار یون Cl^- در ابتدا و انتهای واکنش تغییری نکرده و فقط باید از طریق استوکیومتری فرمولی در ترکیب CaCl_2 ، بین CaCl_2 و یون Cl^- هم‌ارزی زیر را نوشته و غلظت یون Cl^- را به دست آوریم.

$$\text{CaCl}_2 \sim 2\text{Cl}^-$$

جرم محلول Cl^- غلظت یون
بر حسب ppm = ? و درصد جرمی CaCl_2 را داریم

روش ۱ استفاده از کسر تناسب: با توجه به فرمول‌های درصد جرمی و ppm می‌توانیم به جای جرم CaCl_2 و جرم یون Cl^- در کسر تناسب‌های مربوطه، مقادیر معادل آن‌ها را در فرمول‌های درصد جرمی و ppm بنویسیم؛ یعنی داریم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6, \quad \text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضرب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضرب}}$$

$$\frac{\text{جرم محلول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضرب}} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضرب}}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جرم محلول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضرب}} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضرب}}$$

$$\Rightarrow \frac{200 \times 2 / 22}{100 \times 1} = \frac{\text{جرم محلول}}{100 \times 1} \Rightarrow \text{جرم محلول} = 200 \times 2 / 22 = 181.8 \text{ g}$$

روش ۲ استفاده از کسر تبدیل:

گام ۱ ابتدا جرم Cl^- موجود در ۲۰۰ گرم محلول ۲/۲۲ درصد جرمی کلسیم کلرید را به دست می‌آوریم:

$$200 \text{ g CaCl}_2 \times \frac{2 / 22 \text{ g CaCl}_2}{100 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{111 \text{ g CaCl}_2} \times \frac{2 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ mol CaCl}_2}$$

$$\times \frac{35.5 \text{ g Cl}^-}{1 \text{ mol Cl}^-} = 2 / 84 \text{ g Cl}^-$$

گام ۲ با توجه به فرض سؤال از تغییر جرم محلول بر اثر انجام واکنش، صرف نظر می‌شود؛ یعنی جرم محلول پس از انجام واکنش همان ۲۰۰ گرم ابتدایی است و با توجه به چگالی آب (۱ g/mL) و با اضافه شدن ۱۸۰۰ میلی‌لیتر آب (معادل ۱۸۰۰ گرم آب)، جرم نهایی محلول به ۲۰۰۰ = ۱۸۰۰ + ۲۰۰ گرم می‌رسد؛ بنابراین:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{2 / 84}{2000} \times 10^6 = 1 / 42 \times 10^3 = 1420$$

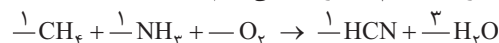
۸۴ - گزینه ۳

شفاف‌سازی با توجه به شکل، مولکول‌های دوامی A و سه‌امی E برخلاف مولکول‌های پنج‌امی D در میدان الکتریکی جهت‌گیری کرده‌اند؛ بنابراین مولکول‌های A و E، قطبی و مولکول D ناقطبی است.

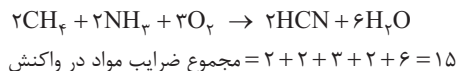
بررسی گزینه‌ها: ۱. A و E به ترتیب می‌توانند مولکول دوامی و قطبی HI و مولکول سه‌امی و قطبی H_2S باشند و D هم می‌تواند مولکول پنج‌امی و ناقطبی SiH_4 باشد. ✓
۲. در مولکول قطبی H_2O ، اتم‌های H، سر مثبت (قطب مثبت) مولکول را تشکیل می‌دهند؛ بنابراین در میدان الکتریکی به سمت صفحه بار منفی (صفحه X) قرار می‌گیرند. در ضمن گشتاور دوقطبی مولکول‌های ناقطبی، مانند D، برابر صفر است. ✓

۳. با توجه به شکل، در میدان الکتریکی، اتم‌های جانبی مولکول قطبی E، به سمت صفحه X و اتم مرکزی آن به سمت صفحه Y قرار گرفته‌اند. اگر SO_4 باشد؛ در مولکول قطبی SO_4 ، اتم‌های جانبی؛ یعنی اتم‌های اکسیژن، سر منفی مولکول هستند و به سمت صفحه بار مثبت قرار می‌گیرند، بنابراین باید بار صفحه X، مثبت و بار صفحه Y منفی و هم‌علامت بار الکتریکی اتم‌های جانبی SO_4 باشد نه مخالف بار آن! ✗

گام ۱ موازنه H: مجموع شمار اتم‌های H در سمت چپ معادله، برابر ۷ است؛ بنابراین برای موازنه اتم H، در سمت راست به H_2O ضرب ۳ می‌دهیم.



گام ۲ موازنه O: در سمت راست واکنش، ۳ اتم O داریم؛ پس در سمت چپ، ضرب O_2 باید برابر ۳ باشد. در نهایت برای از بین بردن ضریب کسری، همه اعداد را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم:



۸۲ - گزینه ۱

نکته ۱ به طور کلی، شرط تشکیل محلول:

میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص > جاذبه‌های حل شونده با
و حل شونده خالص > حلال در محلول

در ترکیب‌های یونی محلول در آب: میانگین قدرت پیوند یونی در > نیروی جاذبه یون-دوقطبی در محلول

ترکیب یونی و پیوند هیدروژنی در آب (بین یون‌های سازنده ترکیب یونی و آب) > مهم‌ترین ترکیب‌های یونی نامحلول (رسوب‌هایی) که باید بلد باشیم، عبارت‌اند از:

فرمول شیمیایی رسوب	رنگ رسوب
AgCl	سفید
BaSO_4	سفید
$\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$	سفید
$\text{Mg}(\text{OH})_2$	سفید
$\text{Fe}(\text{OH})_3$	سبز
$\text{Fe}(\text{OH})_2$	قرمز (آجری)

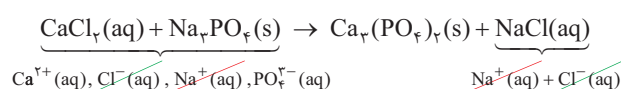
گام ۱ می‌دانیم که در یون‌های چنداتی، اتم‌ها با پیوند اشتراکی به یکدیگر متصل شده‌اند؛ بنابراین در ساختار ترکیب‌های یونی شامل یون چنداتی، هم پیوند یونی و هم پیوند اشتراکی (کووالانسی) وجود دارد. با یک نگاه به گزینه‌ها، متوجه می‌شویم که یون‌های سازنده ترکیب‌های یونی در ۲ و ۴ تک‌اتی‌اند (K^+ و Cl^- ، Mn^{2+} و Br^-)؛ یعنی در ساختار آن‌ها پیوند اشتراکی وجود ندارد. پس تا این‌جا ۲ و ۴ ✓

گام ۲ در ترکیب‌های یونی محلول در آب، قدرت نیروی جاذبه یون-دوقطبی در محلول بیشتر از میانگین قدرت پیوند یونی در آن ترکیب و پیوندهای هیدروژنی در آب است، پس بین ترکیب یونی دو گزینه باقی‌مانده، باید ترکیب یونی محلول در آب یعنی Na_2SO_4 (سدیم سولفات) رو انتخاب کنیم و تمام! BaSO_4 (باریم سولفات) در آب نامحلول است.)

۸۳ - گزینه ۲

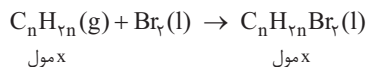
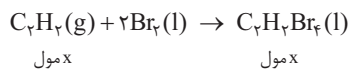
استراتژی اگر به معادله واکنش دقت کنی، متوجه می‌شی که یون Cl^- در واکنش شرکت نکرده و یون ناظر یا تماشاچی است؛ بنابراین مقدار این یون (جرم و مول Cl^-) در ابتدا و انتهای واکنش تغییری نکرده و ثابت است. پس با توجه به داده‌های سؤال (جرم محلول و درصد جرمی CaCl_2)، فقط کافیست که از طریق استوکیومتری فرمولی در ترکیب CaCl_2 ، بین CaCl_2 و یون Cl^- ، هم‌ارزی و روابط مربوطه رو بنویسی و در نهایت غلظت یون Cl^- را با در نظر گرفتن اضافه شدن ۱۸۰۰ میلی‌لیتر آب (معادل ۱۸۰۰ گرم آب) به محلول، بر حسب ppm به دست بیاری.

با توجه به معادله واکنش، در واکنش کلسیم کلرید با سدیم فسفات، Ca^{2+} از CaCl_2 و PO_4^{3-} از Na_3PO_4 با یکدیگر واکنش داده و رسوب $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ را تولید می‌کنند. در این واکنش یون‌های $\text{Cl}^-(\text{aq})$ و $\text{Na}^+(\text{aq})$ دست‌نخورده باقی می‌مانند و در واقع یون ناظر یا تماشاچی تشریف دارن!



۸۷- گزینه ۴

با توجه به ضرایب مواد در معادله موازنه شده واکنش‌های داده شده می‌توان گفت، به ازای X مول اتین، X مول $C_2H_2Br_4$ و به ازای X مول آلکن، X مول $C_nH_{2n}Br_2$ تولید می‌شود. اگر نسبت جرم این دو فرآورده را برابر $1/71$ قرار دهیم، خواهیم داشت:



$$\frac{C_2H_2Br_4 \text{ جرم}}{C_nH_{2n}Br_2 \text{ جرم}} = \frac{1}{71} \rightarrow \frac{X \times 346}{X \times (14n + 160)} = \frac{1}{71} \Rightarrow 14n + 160 = 200 \Rightarrow 14n = 40 \Rightarrow n = 3$$

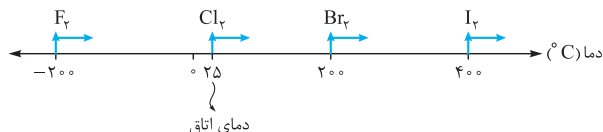
C_3H_6 (پروپن): آلکن واکنش دوم $\Rightarrow n = 3$

۸۸- گزینه ۱

درس‌نامه جدول زیر شرایط واکنش هالوژن‌ها را با گاز H_2 در دماهای مختلف نمایش می‌دهد:

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای $200^\circ C$ به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای $200^\circ C$ واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از $400^\circ C$ واکنش می‌دهد.

مطابق جدول درس‌نامه بالا، در گستره دمایی $100^\circ C$ تا $100^\circ C$ دو هالوژن F_2 و Cl_2 با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.

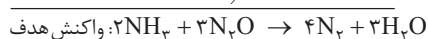
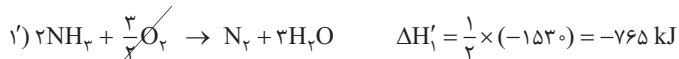


بررسی سایر گزینه‌ها: در گستره دمایی $200^\circ C$ تا $50^\circ C$ ، فقط F_2 با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. در گستره دمایی $200^\circ C$ تا $250^\circ C$ ، سه هالوژن F_2 ، Cl_2 و Br_2 با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند. در گستره دمایی $200^\circ C$ تا $400^\circ C$ ، هر چهار هالوژن می‌توانند با گاز هیدروژن واکنش دهند.

مشاوره بررسی جدول‌ها و شکل‌های کتاب درسی برای داوطلب‌های کنکور از نون شب واجب‌تره! دقت کنید که اگر داوطلبی، دماهای موجود در این جدول کتاب درسی رو حفظ نباشه، سؤال به این راحتی رو از دست می‌ده! نکته مهم این سؤال این بود که طراح می‌خواست به این موضوع توجه کنید که اعداد جدول، میزان حداقلی دما است و در دماهای بالاتر از اعداد داده شده نیز واکنش انجام می‌شود.

۸۹- گزینه ۲

براساس قانون هس، اگر واکنش اول را در $\frac{1}{4}$ و واکنش دوم را در ۳ و واکنش سوم را در $-\frac{3}{4}$ ضرب کنیم، به واکنش هدف خواهیم رسید. واکنش‌های تغییر شکل یافته را مشاهده کنیم:



براساس قانون هس، ΔH واکنش هدف از جمع جبری ΔH واکنش‌های تغییر یافته به دست می‌آید:

$$\Delta H_{\text{هدف}} = -765 - 1128 + 429 = -1464 \text{ kJ}$$

مشاوره قانون هس با این که مفهوم ساده‌ای دارد، ولی معمولاً به دلیل محاسبات زیاد، جزء سؤالات وقت‌گیر کنکور است و بهتر است آن را در دور دوم حل کنید.

۴ مولکول پنج‌اتمی D در میدان الکتریکی جهت‌گیری نکرده و ناقصی است و علامت بار جزئی اتم‌های جانبی در آن می‌تواند مانند CF_4 منفی (هم‌علامت) یا بار جزئی اتم Cl در HCl ، یا مانند CH_4 مثبت باشد.

۸۵- گزینه ۲

گام ۱ معادله واکنش را موازنه می‌کنیم: موازنه K و Mn:



موازنه O و H:



موازنه I: در سمت چپ معادله، ۸ اتم I وجود دارد. در سمت راست بدون I_2 ۳ اتم I داریم؛ بنابراین ضریب I_2 باید برابر $\frac{5}{2}$ باشد. برای از بین رفتن ضریب کسری، همه اعداد را در ۲ ضرب می‌کنیم:



گام ۲ به کمک جرم $KMnO_4$ و مولکول دواتمی تولیدشده یعنی I_2 ، بازده واکنش را حساب می‌کنیم.



روش ۱ استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{جرم}}{100} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{3/95 \times X}{100} = \frac{5 \times 254}{2 \times 158} \Rightarrow X = 18\%$$

روش ۲ استفاده از کسر تبدیل: ابتدا مقدار نظری I_2 را حساب کرده و سپس از رابطه بازده درصدی استفاده می‌کنیم:

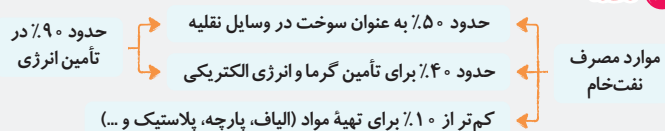
$$3/95 \text{ g } KMnO_4 \times \frac{1 \text{ mol } KMnO_4}{158 \text{ g } KMnO_4} \times \frac{5 \text{ mol } I_2}{2 \text{ mol } KMnO_4} \times \frac{254 \text{ g } I_2}{1 \text{ mol } I_2} = 127 \text{ g } I_2$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{12/7}{127} \times 100 = 18\%$$

مشاوره در این سؤال با توجه به این که پاسخ به صورت تقریبی خواسته نشده است، می‌توانیم اعتماد کنیم که در محاسبات عددی، جرم‌های داده شده به جرم مولی مواد ساده می‌شوند.

۸۶- گزینه ۳

نکته



غلظت برخی گونه‌های فلزی مانند منگنز، کبالت، آهن، نیکل و مس، در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی بیشتر است.

مشاوره این سؤال، به نکته کاملاً حفظی از متن کتاب درسی است. هرچند در این جا سؤال، شمارشی نیست و با توجه به گزینه‌های دیگر، به راحتی می‌شود به پاسخ تست رسید، اما با وجود چنین سؤالاتی، بهتره همه نکات حفظی کتاب درسی را هم خوب بخونید.

در استخراج ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن، تقریباً ۲۰۰۰ کیلوگرم سنگ معدن آهن و ۱۰۰۰ کیلوگرم از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود.

$$\frac{\text{جرم سنگ معدن آهن}}{\text{جرم منابع معدنی دیگر}} = \frac{2000}{1000} = 2$$

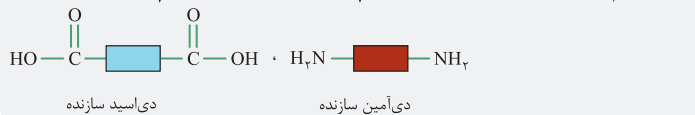
روش استفاده از کسر تبدیل: $\frac{1 \text{ mol C}}{394 \text{ kJ انرژی}} \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} \times \frac{1}{341 \text{ kJ انرژی}} = 4 \text{ g}$

۹۲- گزینه ۴

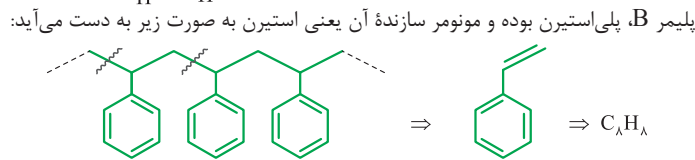
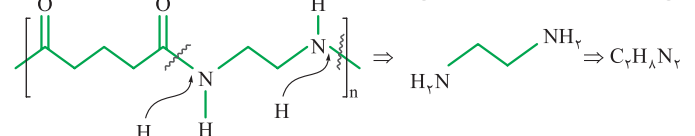
درس نامه ۱ تعیین مونومر سازنده یک پلیمر آلکنی:
اگر ساختار گسترده یک پلیمر آلکنی داده شود و مونومر سازنده آن را از شما بخواهند، کافی است ابتدا در زنجیر اصلی، پیوندها را به صورت یک‌درمیان بشکنید و سپس پیوند بین دو کربن متوالی را که سالم باقی مانده است، به پیوند دوگانه تبدیل کنید.

۲ تعیین مونومرهای سازنده یک پلی‌آمید:

برای تعیین دی‌اسید و دی‌آمین سازنده یک پلی‌آمید، ابتدا باید پیوند C—N گروه‌های عاملی آمیدی (—C(=O)—N—) در پلیمر را شکسته، سپس به اتم‌های N و H و به اتم‌های کربن گروه‌های C(=O) و OH اضافه کنیم.



دی‌آمین سازنده پلیمر A (پلی‌آمید) به صورت زیر به دست می‌آید:



نسبت جرم خواسته شده برابر است با: $\frac{\text{جرم مولی } \text{C}_6\text{H}_5\text{N}_2}{\text{جرم مولی } \text{C}_8\text{H}_8} = \frac{60}{104} = 0.58$

۹۳- گزینه ۳

عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

فرمول مولکولی ترکیب داده شده $\text{C}_{14}\text{H}_{11}\text{O}_7\text{NCl}_2$ است. در این مولکول ۲ پیوند C—N (پیوندهای متصل‌کننده دو حلقه بنزنی به هم) و ۹ پیوند C—H وجود دارد. می‌دانیم که عدد ۹، پنج برابر هیچ عدد صحیحی نیست.

تله دقت کنید که در **هیدروکربن‌ها**، تعداد پیوندهای C—H برابر با تعداد هیدروژن‌های ترکیب است ولی در ترکیب‌هایی مانند مولکول داده شده که هیدروکربن نیستند، حتماً دقت کنید که اتم‌های H علاوه بر اتم C، ممکن است با اتم دیگری نیز پیوند داده باشند. مثلاً در این مولکول، یکی از اتم‌های H با اتم N و یکی دیگر از اتم‌های H با اتم O پیوند دارد.

درصد جرمی اکسیژن در ترکیبی با فرمول $\text{C}_{14}\text{H}_{11}\text{O}_7\text{NCl}_2$ برابر است با:

درصد جرمی O = $\frac{\text{جرم اتم‌های O}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times 100$

درصد جرمی O = $\frac{2 \times 16}{(14 \times 12) + (11 \times 1) + (2 \times 16) + (1 \times 14) + (2 \times 35.5)} \times 100$

درصد جرمی O = $\frac{32}{396} \times 100 = 8.1\%$

۹۰- گزینه ۴

نکته اطلاعاتی را که در مورد ۴ نوع ترکیب آلی کربوکسیلیک اسیدها، استرها، کتون‌ها و آلدهیدها باید بلد باشیم، در جدول زیر براتون آوردم:

نام ترکیب	کربوکسیلیک اسید	استر	آلدهید	کتون
ساختار کلی	R—C(=O)—OH	R—C(=O)—O—R'	R—C(=O)—H	R—C(=O)—R'
گروه عاملی	کربوکسیل (—C(=O)—OH)	استری (—C(=O)—O—)	آلدهیدی (—C(=O)—H)	کربونیل یا کتونی (—C(=O)—)
نیروی بین مولکولی	هیدروژنی + وان دروالس	وان دروالس	وان دروالس	وان دروالس
فرمول مولکولی ترکیب سیر شده و فاقد حلقه	$\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$	$\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$	$\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}$	$\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}$
	ایزومر	ایزومر	ایزومر	ایزومر

ترکیب «الف» یک کربوکسیلیک اسید ۴ کربنه و ترکیب «ب»، یک استر ۴ کربنه را نمایش می‌دهد. فرمول مولکولی این دو ترکیب به صورت $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$ بوده و ایزومر یکدیگر هستند. از طرفی ترکیب «پ»، یک کتون ۴ کربنه و ترکیب «ت» نیز یک آلدهید ۴ کربنه را نمایش می‌دهد. فرمول مولکولی این دو ترکیب نیز به صورت $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}$ بوده و ایزومرند. تا الان (۲) و (۳) پرا با توجه به یکسان بودن شمار اتم‌های کربن (هر ۴ ترکیب، ۴ کربنه هستند)، جرم مولی کربوکسیلیک اسید و استر ($\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$) به اندازه جرم یک اتم اکسیژن، بیشتر از جرم مولی کتون و آلدهید ($\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}$) است. از طرفی از میان این ۴ ترکیب، فقط کربوکسیلیک اسید توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را با مولکول‌های خود دارد؛ بنابراین ترکیب «الف» نقطه جوش بالاتری از ۳ ترکیب دیگر دارد.

تیزبازی در این سؤال اصلاً نیاز نبود برای چک کردن ایزومر بودن ترکیب‌ها، فرمول مولکولی اون‌ها رو به دست بیارید! یا به نگاه به ساختارها، متوجه می‌شید «الف» و «ت» و «ب» و «پ» نمی‌توانند ایزومر هم باشند، زیرا شمار اکسیژن‌های متفاوتی دارند و بین «الف» و «ت»، ترکیب «الف» چون توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد، نقطه جوش بالاتری را داراست.

۹۱- گزینه ۳

استراتژی با توجه به حجم CO تولیدی در واکنش (I)، انرژی آزاد شده از این واکنش را به دست بیار. اگر انرژی آزاد شده از واکنش (I) را از انرژی آزاد شده دو واکنش کم کنی، انرژی آزاد شده از واکنش (II) به دست میاد که به کمک آن می‌تونی جرم کربن مصرف شده در این واکنش (واکنش II) را محاسبه کنی.

گام ۱ مقدار انرژی آزاد شده از واکنش (I) را به کمک حجم CO تولیدی در آن به دست می‌آوریم:

روش استفاده از کسر تناسب: $\frac{\text{حجم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{5.6}{2 \times 24/4} = \frac{x}{564} \Rightarrow x = 70.5 \text{ kJ}$

روش استفاده از کسر تبدیل:

انرژی $70.5 \text{ kJ} = \frac{5.6}{24/4} \times \frac{1 \text{ mol CO}}{2 \text{ mol CO}} \times 564 \text{ kJ}$

گام ۲ مقدار انرژی آزاد شده از واکنش (II) را به دست می‌آوریم:

انرژی آزاد شده در واکنش (II) + انرژی آزاد شده در واکنش (I) = انرژی آزاد شده در دو واکنش $\Rightarrow 20.1/5 = 70.5/5 + x \Rightarrow x = 131 \text{ kJ}$

گام ۳ مقدار جرم کربن مصرف شده در واکنش (II) را به کمک انرژی آزاد شده در این واکنش، محاسبه می‌کنیم:

روش استفاده از کسر تناسب: $\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{x}{1 \times 12} = \frac{131}{394} \Rightarrow x = 4$

❖ **بررسی سایر گزینه‌ها:** ۱) سرعت متوسط مصرف ۱۰ گرم کربن با دو مورد دیگر برابر نیست؛ ببینید:

$$\frac{\bar{R}_{CO}}{10} = \frac{\bar{R}_{P_4}}{1} = \frac{\bar{R}_C}{10} \Rightarrow \frac{\Delta n_{CO}}{10 \times \Delta t} = \frac{\Delta n_{P_4}}{1 \times \Delta t} = -\frac{\Delta n_C}{10 \times \Delta t}$$

$$\frac{\text{جرم مولی}}{\text{جرم مولی}} \rightarrow \frac{28 \times 10}{28 \times 10} = \frac{9 \times 1}{12 \times 1} = -\frac{\Delta m_C}{12 \times 10}$$

$$\Rightarrow \Delta m_C = -\frac{12 \times 10 \times 3}{4} = -9 \text{ g C}$$

بنابراین سرعت مصرف ۹ گرم کربن با دو مورد دیگر برابر خواهد بود.

❖ واکنش‌دهنده دارای Si، SiO_۲ و فراورده دارای Si، CaSiO_۳ است. با توجه به ضرایب استوکیومتری برابر SiO_۲ و CaSiO_۳، سرعت متوسط مصرف SiO_۲ با سرعت متوسط تشکیل CaSiO_۳ برابر است ولی سرعت متوسط مصرف و تولید آن‌ها، برابر سرعت متوسط واکنش نبوده و ۶ برابر آن است.

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{SiO_2}}{6} = \frac{\bar{R}_{CaSiO_3}}{6} \Rightarrow \bar{R}_{SiO_2} = \bar{R}_{CaSiO_3} = 6\bar{R}_{\text{واکنش}}$$

❖ اگر در یک مدت‌زمان معین، ۴ مول کربن مصرف شود، در همان مدت‌زمان، ۲/۴ مول CaSiO_۳ تشکیل می‌شود.

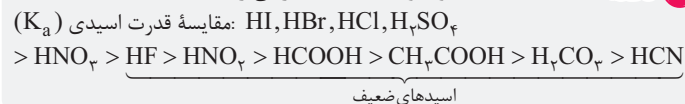
$$4 \text{ mol C(s)} \times \frac{6 \text{ mol CaSiO}_3(\text{s})}{10 \text{ mol C(s)}} = 2/4 \text{ mol CaSiO}_3(\text{s})$$

بنابراین در صورتی که سرعت واکنش ثابت باشد، در نصف این مدت‌زمان، ۱/۲ مول CaSiO_۳(s) تشکیل خواهد شد. ولی می‌دانیم که با گذشت زمان، سرعت واکنش کاهش می‌یابد؛ بنابراین در نصف ابتدایی این مدت‌زمان، سرعت واکنش و سرعت تشکیل CaSiO_۳ بیشتر بوده و در نتیجه مقدار CaSiO_۳ تشکیل شده بیشتر از ۱/۲ مول خواهد بود.

مشاوره بد نیست بدانید که از نظر علمی، این سؤال هم می‌تواند درست باشد و در واقع سؤال، دو گزینه درست دارد. با توجه به توضیحاتی که در مورد ❖ دادیم، در صورت ثابت بودن سرعت واکنش، این گزینه درست خواهد بود. در واکنش‌هایی مانند واکنش داده‌شده که حالت فیزیکی همه مواد واکنش‌دهنده جامد (s) (یا مایع (l)) است، واکنش با سرعت ثابت انجام می‌شود و از نظر علمی این گزینه هم درست است ولی از آن‌جا که این موضوع در سطح کتاب‌های درسی شما بررسی نشده است، خطای طرح سؤال برای ❖ در نظر گرفته نمی‌شود.

۹۵- گزینه ۳

❖ **نکته** شما باید اسیدهای قوی و ضعیف کتاب درسی را بشناسید:



در محلول‌های آبی، زمانی غلظت یون هیدروکسید ([OH⁻]) کاهش می‌یابد که غلظت یون هیدرونیوم ([H⁺]) در آن افزایش یابد و زمانی غلظت یون هیدرونیوم ([H⁺]) افزایش می‌یابد که یک اسید در آب حل شود. می‌دانیم که NH_۳(g) (آمونیاک)، یک باز است؛ پس تا این‌جا ❖ هر چه یک اسید ضعیف‌تر باشد، کم‌تر یونیده شده و مولکول‌های بیشتری از آن در محلول باقی می‌ماند. بین اسیدهای HCl، HCN و HCOOH، قدرت اسیدی هیدروسیانیک اسید (HCN) از بقیه کم‌تر است.

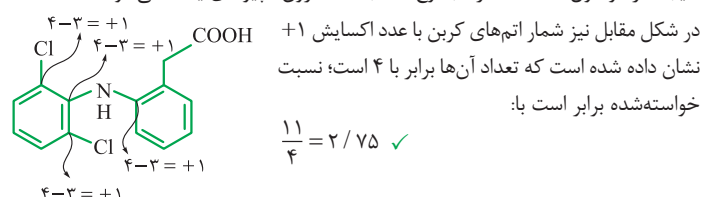
۹۶- گزینه ۴

می‌دانیم که قدرت اسیدی فرمیک اسید (HCOOH، محلول I) بیشتر از قدرت اسیدی استیک اسید (CH_۳COOH، محلول II) است. قدرت اسیدی
 استیک اسید فرمیک اسید

❖ در این مولکول، ۹ پیوند H—C و ۷ پیوند دوگانه بین اتم‌ها برقرار است که اختلاف آن‌ها برابر با ۹-۷=۲ است. از طرفی دو اتم کلر نیز در ساختار مولکول یافت می‌شود. ✓

❖ **تله** ۶ پیوند C=C در دو حلقه بنزنی مولکول وجود دارد. هم‌چنین این ترکیب دارای گروه عاملی کربوکسیل (—COOH) است که ساختار آن به صورت بوده و حاوی یک پیوند دوگانه C=O است.

❖ هر اتم کلر (هالوژن)، دارای ۳ جفت الکترون ناپیوندی، هر اتم اکسیژن، دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی و هر اتم نیتروژن نیز دارای یک جفت الکترون ناپیوندی است؛ در نتیجه در مولکول داده‌شده در مجموع ۱۱ جفت الکترون ناپیوندی یافت می‌شود.



۹۴- گزینه ۴

❖ **درس‌نامه** ۱) سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک ماده شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادله موازنه‌شده، به دست می‌آید.
 $aA + bB \rightarrow cC + dD$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d} = \frac{-\Delta n_A}{a\Delta t} = \frac{-\Delta n_B}{b\Delta t} = \frac{\Delta n_C}{c\Delta t} = \frac{\Delta n_D}{d\Delta t}$$

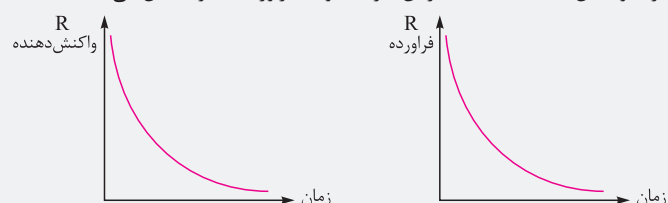
❖ سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش با ضرایب استوکیومتری آن‌ها متناسب است.

❖ در یک بازه زمانی معین، قدرمطلق میزان تغییرات تعداد مول یا غلظت مواد شرکت‌کننده در واکنش، متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها است.

به طور مثال در یک بازه زمانی معین در واکنش $2SO_2 + O_2 \rightarrow 2SO_3$ خواهیم داشت:

$$\Delta n(SO_3) = |\Delta n(SO_2)| = 2|\Delta n(O_2)| \quad \text{یا} \quad \Delta[SO_3] = |\Delta[SO_2]| = 2|\Delta[O_2]|$$

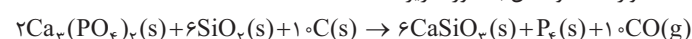
❖ در یک واکنش، سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها و سرعت تولید فراورده‌ها هر دو با گذشت زمان کاهش می‌یابند؛ زیرا در یک واکنش به تدریج با مصرف واکنش‌دهنده‌ها غلظت آن‌ها کم شده و سرعت واکنش نیز کاهش می‌یابد. از طرفی سرعت تولید فراورده‌ها نیز تابع سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها است؛ بنابراین سرعت تولید فراورده‌ها نیز کاهش می‌یابد.



❖ در اغلب واکنش‌ها، سرعت واکنش با گذشت زمان کم می‌شود؛ بنابراین در بازه‌های زمانی یکسان (Δt)، سرعت واکنش در بازه زمانی ابتدایی واکنش، بزرگ‌تر است یعنی مثلاً سرعت واکنش در ۲ دقیقه اول واکنش بیشتر از ۲ دقیقه دوم آن است و سرعت واکنش در ۴ دقیقه اول واکنش، میانگینی از دو سرعت قبلی است:

$$\Delta t_1 \quad \Delta t_2 \quad \Delta t_3 \Rightarrow \bar{R}_1 > \bar{R}_2 > \bar{R}_3$$

معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر است:



در یک مدت‌زمان مشخص، با مصرف ۴/۰ مول نمک Ca_۳(PO_۴)_۲(s)، ۲/۰ مول P_۴(s) تشکیل می‌شود.

$$4/0 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2(s) \times \frac{1 \text{ mol P}_4(s)}{2 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2(s)} = 2/0 \text{ mol P}_4(s)$$

گام ۱ از این جا به بعد *یالب می شه!* ما مجموع $2a + b$ را داریم ولی طراح محترم حاصل $a + b$ را خواسته است! پس راهی نداریم به جز امتحان کردن گزینه ها:

① اگر $a + b = 500 \xrightarrow{2a+b=3000} a + \underline{a+b} = 3000$
 $\Rightarrow a = 2500 \Rightarrow b = -2000$ (غیر قابل قبول)

$\Rightarrow a = 2500 \Rightarrow b = -2000$ (غیر قابل قبول)

$\Rightarrow a + b$ نمی تواند 500 باشد.

② اگر $a + b = 1000 \xrightarrow{2a+b=3000} a + \underline{a+b} = 3000 \Rightarrow a = 2000$
 $\Rightarrow b = -1000$ (غیر قابل قبول)

$\Rightarrow b = -1000$ (غیر قابل قبول) باشد.

③ اگر $a + b = 250 \xrightarrow{2a+b=3000} a + \underline{a+b} = 3000 \Rightarrow a = 2750$
 $\Rightarrow b = -2500$ (غیر قابل قبول)

$\Rightarrow b = -2500$ (غیر قابل قبول) باشد.

④ اگر $a + b = 2000 \xrightarrow{2a+b=3000} a + \underline{a+b} = 3000 \Rightarrow a = 1000$
 $\Rightarrow b = 1000$ ✓

$\Rightarrow b = 1000$ ✓ $\Rightarrow a + b$ می تواند 2000 باشد.

مشاوره بهتر بود طراح محترم در صورت سؤال می گفت کدام گزینه می تواند مجموع $a + b$ باشد، چون $a + b$ می تواند مقادیر دیگری هم باشد! مثلاً اگر $a = 1250$ و $b = 500$ باشد، باز هم $2a + b = 3000$ می شود که در این حالت $a + b = 1750 + 500 = 1250$ است.

۹۸ - گزینه ۳

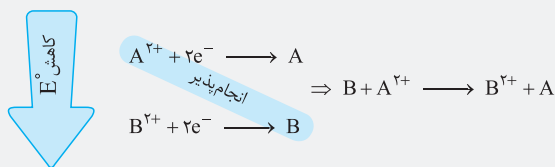
درس نامه مقایسه قدرت کاهندگی و اکسندگی با E°

می دانید که پتانسیل های استاندارد نیم سلول ها به صورت گرافیکی گزارش می شود، یعنی پتانسیل استاندارد نیم سلول، میزان تمایل به گرفتن الکترون و کاهش یافتن (قدرت اکسندگی) را نشان می دهد.

E° ، گونه کاهنده $\rightarrow ne^- +$ گونه اکسنده.
 پس هر چه E° یک نیم واکنش بزرگ تر باشد، گونه سمت چپ نیم واکنش (گونه اکسنده)، تمایل بیشتری به گرفتن الکترون داشته و در نتیجه اکسنده قوی تری است و هر چه E° یک نیم واکنش کوچک تر باشد، گونه سمت راست نیم واکنش (گونه کاهنده)، تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون داشته و در نتیجه کاهنده قوی تری است.

بررسی انجام پذیر یا انجام ناپذیر بودن واکنش ها:

می دانید که در سری الکتروشیمیایی از بالا به پایین با کاهش E° نیم سلول ها، قدرت کاهندگی گونه های سمت راست افزایش می یابد؛ بنابراین در سری الکتروشیمیایی گونه سمت راست پایین تر می تواند با گونه سمت چپ بالاتر، واکنش دهد.



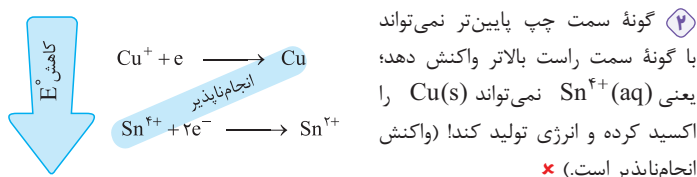
با توجه به قدرت اکسندگی گونه های داده شده و E° آن ها می توان سری الکتروشیمیایی زیر را رسم کرد.

کاهش E°	$Cl_2 + 2e^- \rightarrow 2Cl^-$, $E^\circ = +1/36 V$
	$Cu^+ + e^- \rightarrow Cu$, $E^\circ = +0/52 V$
	$Sn^{4+} + 2e^- \rightarrow Sn^{2+}$, $E^\circ = +0/15 V$

قوی ترین کاهنده

بریم سراغ گزینه ها:

① طبق ترتیب E° ها و سری نوشته شده، $Cl^-(aq)$ کاهنده ضعیف تری از $Sn^{2+}(aq)$ است نه قوی تر! ✗



با توجه به این نکته می ریم سراغ بررسی گزینه ها:

① pH محلول به غلظت H^+ ($[H^+]$) بستگی دارد. طبق رابطه $K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]}$

برای اسیدهای ضعیف، $[H^+]$ هم به K_a و هم به غلظت محلول (M) بستگی داشته و با هر دو رابطه مستقیم دارد. با توجه به این که K_a برای فرمیک اسید و M برای استیک اسید بیشتر است نمی توان بدون داشتن مقادیر عددی M و K_a دو اسید، $[H^+]$ را برای دو اسید در این شرایط مقایسه کرد. (در واقع بسته به مقدار غلظت اسیدها (M), pH هر محلول می تواند بیش از دیگری باشد). ✗

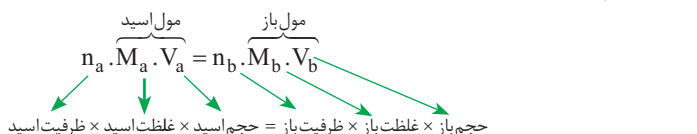
② در دمای ثابت، وقتی pH دو محلول یکسان است، یعنی خاصیت اسیدی دو محلول (غلظت هیدرونیوم $[H^+]$) برابر است؛ بنابراین غلظت اولیه محلول (I) (فرمیک اسید، اسید قوی تر) کم تر بوده است و در حجم برابر، شمار مولکول های محلول (I) کم تر از محلول (II) خواهد بود. ✗
 توجه: البته در این گزینه راجع به حجم محلول ها صحبتی نشده است. یعنی ممکن است در حجم بالاتر از محلول (I) (اسید قوی تر)، شمار مولکول ها بیشتر هم باشد، ولی به هر حال نمی توانیم بگوییم به یقین بیشتر است.

③ با توجه به رابطه $K_a = M\alpha^2$ ، درجه یونش اسید با غلظت آن رابطه عکس دارد؛ بنابراین با رقیق کردن محلول اسید ضعیف، درجه یونش آن افزایش می یابد نه کاهش! $K_a = M\alpha^2 \Rightarrow \alpha \propto \sqrt{1/M}$ افزایش کاهش ثابت

به علاوه این که بین اندازه رقیق کردن دو محلول و نسبت افزایش درجه یونش آن ها ارتباطی وجود ندارد! ✗

④ در دما و غلظت متفاوت، هر دو محلول فرمیک اسید ($HCOOH$) و استیک اسید (CH_3COOH) (البته با حجم های متفاوت) می توانند با مقدار یکسانی از سدیم هیدروکسید به طور کامل واکنش دهند.

معادله خنثی شدن کامل محلول اسیدها و بازها به صورت زیر است:



برای فرمیک اسید داریم: $1 \times M_{a(I)} \times V_{a(I)} = 1 \times$ مول باز

برای استیک اسید داریم: $1 \times M_{a(II)} \times V_{a(II)} = 1 \times$ مول باز

چون مقدار سدیم هیدروکسید (مول باز) یکسان است، داریم:

$\Rightarrow M_{a(I)} V_{a(I)} = M_{a(II)} V_{a(II)}$

بنابراین در دما و غلظت متفاوت، حجم های متفاوتی از فرمیک اسید و استیک اسید، می توانند با مقدار یکسانی سدیم هیدروکسید به طور کامل واکنش دهند. ✓

۹۷ - گزینه ۴

گام ۱ ابتدا غلظت اولیه هر دو محلول اسیدی را حساب می کنیم.

محلول HA با $pH = 1/4$:

$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/4} = 10^{-2} \times 10^{1/4} = 10^{-2} \times \sqrt[4]{10} = 10^{-2} \times 10^{0.25} = 10^{-1.75}$

$[H^+] = M\alpha \Rightarrow 4 \times 10^{-2} = M \times 1 \Rightarrow M = 4 \times 10^{-2}$

محلول HA با $pH = 1/7$:

$[H^+] = 10^{-1/7} = 10^{-2} \times 10^{1/7} = 10^{-2} \times \sqrt[7]{10} = 10^{-2} \times 10^{0.14} = 10^{-1.86}$

$[H^+] = M\alpha \Rightarrow 2 \times 10^{-2} = M \times 1 \Rightarrow M = 2 \times 10^{-2}$

گام ۲ رابطه خنثی شدن محلول های اسیدی و بازی را نوشته و موارد را در فرمول جای گذاری می کنیم.

هنگام خنثی شدن اسید و باز رابطه $n_a \cdot M_a \cdot V_a = n_b \cdot M_b \cdot V_b$ برقرار است؛ بنابراین:

$n_{a_1} \cdot M_{a_1} \cdot V_{a_1} + n_{a_2} \cdot M_{a_2} \cdot V_{a_2} = n_b \cdot M_b \cdot V_b$

$\Rightarrow (1 \times 4 \times 10^{-2} \times a) + (1 \times 2 \times 10^{-2} \times b) = 1 \times 0/3 \times 200$

$\Rightarrow 4 \times 10^{-2} a + 2 \times 10^{-2} b = 60 \Rightarrow 2a + b = 3000$

اگر در صورت سؤال اطلاعاتی در مورد E° نیم‌سلول‌های (Cu^{2+}/Cu) یا (Cu^+/Cu) داده باشد، باید با مقایسه E° ها، نیم‌واکنش کاتدی را بنویسیم اما وقتی مانند این سؤال، اطلاعاتی در مورد الکترولیت سلول و نیم‌واکنش‌های گفته‌شده داده نمی‌شود، نیم‌واکنش مربوط به مس را بین Cu^{2+} و Cu می‌نویسیم.

گام ۳ با نوشتن رابطه تغییر جرم تیغه مس به جرم تیغه M، جرم مولی فلز M را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{جرم مولی } Cu}{\text{جرم مصرف شده}} = \frac{1}{84} \rightarrow \frac{3 \times 64}{x \times M} = \frac{1}{84} \Rightarrow \frac{3 \times 64}{x \times M} = \frac{1}{84}$$

$$\Rightarrow \text{جرم مولی } M = \frac{3 \times 64}{\frac{1}{84}} = \frac{1200}{23} = 52 \text{ g.mol}^{-1}$$

۱۰۱- گزینه‌ها

نکته مقایسه فولاد و تیتانیوم:

جدول زیر برخی از ویژگی‌های تیتانیوم را در مقایسه با فولاد زنگ‌نزن نشان می‌دهد. شما با توجه به این جدول، باید مقایسه خواص تیتانیوم و فولاد رو بلد باشید:

ویژگی	تیتانیوم	فولاد
نقطه ذوب ($^\circ C$)	۱۶۶۷	۱۵۳۵
چگالی ($g.mL^{-1}$)	۴/۵۱	۷/۹۰
واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا	ناچیز	متوسط
مقاومت در برابر خوردگی	عالی	ضعیف
مقاومت در برابر سایش	عالی	عالی

۱ نقطه ذوب: فولاد > تیتانیوم

۲ چگالی: فولاد < تیتانیوم

۳ واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا: فولاد < تیتانیوم

۴ مقاومت در برابر خوردگی: فولاد > تیتانیوم

۵ مقاومت در برابر سایش: فولاد = تیتانیوم

۱) از فلز تیتانیوم برای ساختن موتور جت استفاده می‌شود. به پندرت دلیل! اول این که هنگامی که موتور جت کار می‌کند، همه اجزای سازنده (ثابت و متحرک) دمای بالایی دارند، پس فلز مورد استفاده باید نقطه ذوب بالایی داشته باشد که تیتانیوم داره! دوم این که در ساخت موتور جت چگالی قطعات استفاده‌شده در آن هم مهم است (هرچی سبک‌تر بهتر!). همان‌طور که می‌بینید چگالی تیتانیوم از فولاد کم‌تر است؛ بنابراین قطعات ساخته‌شده از جنس تیتانیوم نسبت به فولاد، سبک‌تر خواهند بود. از طرف دیگه! مقاومت در برابر خوردگی و سایش هم مهمه! که تیتانیوم در مقابل فولاد، گزینه بهتری برای موتور جت است!

۲) تیتانیوم با ذره‌های موجود در آب دریا تقریباً واکنش نمی‌دهد، به همین دلیل از این فلز در ساخت پروانه کشتی اقیانوس‌پیما استفاده می‌شود.

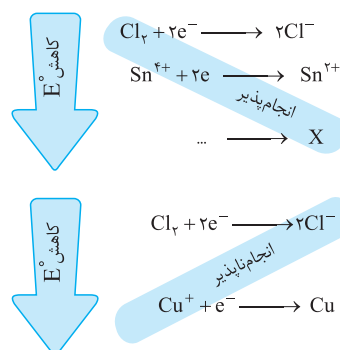
۳) از آن‌جا که تیتانیوم در برابر خوردگی و سایش، مقاومت بالایی دارد، ساخت بناهایی از جمله موزه گوگنهایم در اسپانیا با پوشش بیرونی تیتانیوم، باعث افزایش ماندگاری آن شده است. موارد «الف» و «ب» درست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

(پ) فولاد با ذره‌های موجود در آب دریا بیشتر واکنش می‌دهد؛ بنابراین مقاومت آن در برابر واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا، کم‌تر است.

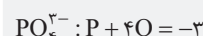
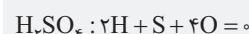
(ت) به دلیل این که تیتانیوم با ذره‌های موجود در آب دریا تقریباً واکنش نمی‌دهد، از این فلز در ساخت پروانه کشتی اقیانوس‌پیما استفاده می‌شود.

مشاوره تجربه کنکورهای اخیر ثابت کرده که طراحان محترم به حفظیات کتاب درسی، شکل‌ها، جدول‌ها و نمودارها، خیلی علاقه دارند! پس باید این موارد رو به خوبی بخونید و از هیچ جای کتاب درسی غافل نشید!



۹۹- گزینه‌ها

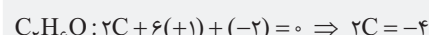
نکته ۱ جمع جبری عددهای اکسایش اتم‌ها در یک ترکیب خنثی برابر با صفر و در یک یون چنداتی برابر با بار یون است.



۲ در برخی گونه‌ها، دو یا چند اتم از یک عنصر، با اعداد اکسایش مختلف وجود دارد. در این گونه موارد به کمک استفاده از قواعد عدد اکسایش و نکته ۱، می‌توان مجموع عدد اکسایش آن اتم‌ها را حساب کرد.

مثال: مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در مولکول اتانول را به دست آورید.

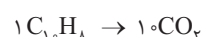
فرمول مولکولی اتانول، C_2H_5OH و یا C_2H_6O است:



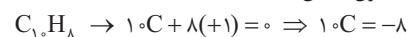
مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن

تیزبازی در واکنش سوختن کامل ترکیب‌های آلی، ضریب CO_2 برابر با تعداد کربن‌ها در فرمول مولکولی ترکیب است. با این ترفند نیازی به نوشتن کامل واکنش سوختن نیست.

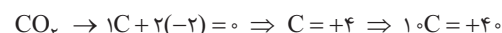
۱ مول نفتان با فرمول $C_{10}H_8$ ، اثر سوختن کامل، ۱۰ مول CO_2 تولید خواهد کرد.



مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در ۱ مول نفتان:



مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در ۱۰ مول CO_2 :



بنابراین مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن از -8 (در $C_{10}H_8$) به $+40$ (در $10CO_2$) رسیده و ۴۸ واحد تغییر می‌کند.

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر با عدد ۴۸ بر روی عدد -8 خواهد بود.

$$\frac{48}{-8} = -6$$

۱۰۰- گزینه ۲

استراتژی اول باید معادله واکنش انجام‌شده در سلول را بنویسیم اما بار کاتیون فلز را نداریم که باید با استفاده از مول فلز و شمار الکترون‌های مبادله‌شده، آن را به دست آوریم. با مشخص شدن بار کاتیون فلز و معادله واکنش، نسبت جرم Cu تولیدشده به جرم M مصرف‌شده را برابر $1/84$ قرار می‌دهیم تا جرم مولی فلز به دست آید.

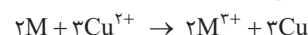
گام ۳ با استفاده از مول فلز M و شمار الکترون‌های مبادله‌شده، بار کاتیون فلز M را به دست می‌آوریم:

$$M \rightarrow M^{m+} + me^-$$

$$2 \text{ mol } M \times \frac{m \text{ mole}^-}{1 \text{ mol } M} \times \frac{6.4 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mole}^-} = 3.613 \times 10^{24} e^-$$

$$\Rightarrow m = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow M = \text{نماد کاتیون فلز } M^{3+}$$

گام ۴ معادله واکنش انجام‌شده در سلول گالوانی را می‌نویسیم. فلز M مصرف شده و نقش آند را دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:



توجه: می‌دانیم که مس دارای دو کاتیون Cu^{2+} و Cu^+ است.

$$\Rightarrow 25 = \frac{2^4}{\frac{0.08}{V}} \Rightarrow V = \frac{25 \times \frac{0.08}{2^4}}{1} L$$

$$\xrightarrow{\times 1000} V = \frac{25}{2^4} \times \frac{8}{100} = 125 \text{ mL}$$

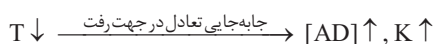
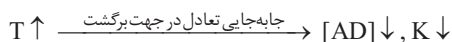
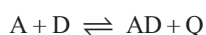
۱۰۵ - گزینه ۱

درس نامه اصل لوشاتلیه: تأثیر عوامل مختلف بر جابه‌جایی و ثابت تعادل را در این

جدول براتون آوردم:

عامل	عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر غلظت	افزایش غلظت یک ماده	تغییر نمی‌کند.
	کاهش غلظت یک ماده	تغییر نمی‌کند.
تغییر حجم (فشار)	افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	تغییر نمی‌کند.
	کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	تغییر نمی‌کند.
تغییر دما	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت) افزایش می‌یابد.
	افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت) کاهش می‌یابد.
	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت) کاهش می‌یابد.
	افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت) افزایش می‌یابد.

با افزایش دما، [AD] کاهش یافته است، یعنی با افزایش دما، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده است. در واکنش‌های گرماگیر ($\Delta H < 0$) است که این اتفاق می‌افتد. در این واکنش‌ها، با کاهش دما، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل (K) افزایش می‌یابد:



حالا بریم سراغ اثر فشار! با توجه به نمودار، در دمای ثابت، [AD] در فشار P_1 بیشتر از [AD] در فشار P_2 است. در تعادل‌های گازی، با افزایش فشار، غلظت همه مواد افزایش می‌یابد. علاوه بر آن با توجه به این‌که، مجموع مول‌های گازی در سمت راست واکنش کمتر از مجموع مول‌های گازی سمت چپ آن است، با افزایش فشار، تعادل در جهت تعدیل آن، به سمت راست (تعداد مول‌های گازی کمتر) جابه‌جا می‌شود؛ بنابراین در فشار بیشتر (P_2)، غلظت [AD] بیشتر است.

۱۰۲ - گزینه ۴

موارد «پ» و «ت» درست‌اند.

ابتدا با شناختی که از جدول دوره‌ای داریم، عنصرها را مشخص می‌کنیم:



بررسی عبارت‌ها: (الف) آنتالپی فروپاشی با بار یون‌ها رابطه مستقیم و با شعاع یون‌ها رابطه وارونه دارد. با توجه به این‌که شعاع یون پایدار J کمتر از G است، آنتالپی فروپاشی شبکه ترکیب حاصل از D و J بیشتر از آنتالپی فروپاشی شبکه ترکیب حاصل از G و D است: $D, J > D, G$ (LiF) (LiBr)

(ب) E و Z عنصرهای کربن و اکسیژن هستند که می‌توانند با هم مولکول CO_2 را تشکیل دهند. از طرفی فرمول ترکیب حاصل از E (کربن) و A (هیدروژن)، CH_4 است. نقطه جوش CO_2 از CH_4 به دلیل جرم مولی بیشتر، بالاتر است. (پ) مولکول حاصل از A و G برخلاف مولکول حاصل از E و Z، قطبی است و گشتاور دو قطبی بیشتری دارد. $A, G > E, Z$ (HBr) (CO_2)

(ت) ببینیم: $(\text{H}-\ddot{\text{F}}:) > A > J$ و $(\ddot{\text{O}}-\text{Br}-\ddot{\text{O}}) > G > Z$: شمار پیوند اشتراکی ۱ پیوند ۲ پیوند

توجه: عنصرهای E و Z علاوه بر CO_2 ، مولکول معروف CO هم تشکیل می‌دهند که با توجه به نوع سؤال و گزینه‌ها، اگر این مولکول را هم در نظر بگیریم، تغییری در جواب سؤال به وجود نمی‌آید.

۱۰۳ - گزینه ۳

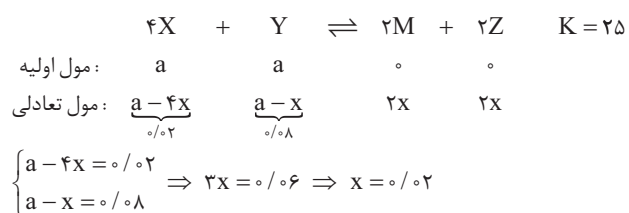
فرایند هابر $(\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(\text{g}))$ را در فشارهای بالا انجام می‌دهند، زیرا با افزایش فشار، تعادل به سمت تولید مول‌های گازی کمتر یعنی در جهت رفت و تولید آمونیاک بیشتر جابه‌جا می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها: ① با خارج کردن فراورده از ظرف واکنش، تعادل برای جبران کاهش مقدار آمونیاک، در جهت رفت و تولید آمونیاک بیشتر جابه‌جا می‌شود. ② و ④ استفاده از کاتالیزگر و افزایش دما، سرعت واکنش را افزایش می‌دهد.

۱۰۴ - گزینه ۲

استراتژی: مول اولیه واکنش‌دهنده‌ها را a در نظر بگیر و با نوشتن جدول تغییرات تعداد مول مواد و مقادیر تعادلی X و Y، مقدار تعادلی فراورده‌ها رو به دست بیار و در آخر، رابطه ثابت تعادل رو بنویس و حجم ظرف را محاسبه کن!

اگر تعداد مول اولیه واکنش‌دهنده‌ها را a در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



حالا تعداد مول تعادلی همه مواد را در عبارت ثابت تعادل قرار می‌دهیم (V، حجم ظرف است):

$$K = \frac{[M]^2[Z]^2}{[X]^4[Y]} \Rightarrow 25 = \frac{\left(\frac{2x}{V}\right)^2 \left(\frac{2x}{V}\right)^2}{\left(\frac{0.02}{V}\right)^4 \left(\frac{0.08}{V}\right)} = \frac{\left(\frac{2 \times 0.02}{V}\right)^4}{\left(\frac{0.02}{V}\right)^4 \left(\frac{0.08}{V}\right)}$$